

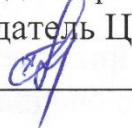
Министерство образования Ростовской области
государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение
Ростовской области
«Белокалитвинский гуманитарно-индустриальный техникум»

Приложение 4.11
к ОПОП по специальности
09.02.11 «Разработка и управление
программным обеспечением»

**КОМПЛЕКТ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ
АТТЕСТАЦИИ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
ОД.11 Математика**

г. Белая Калитва
2025

Рассмотрена
на заседании цикловой комиссии
общеобразовательных дисциплин
Протокол № 5
от «25» декабря 2025 г.
Председатель ЦК

 Е. А. Котелевская

УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора по УМР
«25» декабря 2025 г.
 Г. В. Шматко

Комплект оценочных средств разработан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом среднего общего образования (ФГОС СОО), утвержденным Приказом Минобрнауки России от 17.05.2012 г. № 413, Федеральным государственным образовательным стандартом среднего профессионального образования по специальности 09.02.11 «Разработка и управление программным обеспечением», утверждённым приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 24 февраля 2025 г. № 138; Рабочей программой учебной дисциплины ОД.11 Математика и Примерными оценочными материалами Методическими рекомендациями по формированию комплекта оценочных материалов образовательной программы среднего профессионального образования.

Организация-разработчик: государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Ростовской области «Белокалитвинский гуманитарно-индустриальный техникум»

Разработчик:

Комаристый Владислав Сергеевич – преподаватель ГБПОУ РО «БГИТ»

СОДЕРЖАНИЕ

ПАСПОРТ КОНТРОЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ (КИМ)	4
СОДЕРЖАНИЕ КИМ.	16
СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ	39
ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ	41

1. ПАСПОРТ КИМ

1. Область применения комплекта КИМ:

КИМ предназначен для контроля и оценки результатов освоения учебной дисциплины
ОД.11 Математика

1.1 Контроль и оценка результатов освоения

Результаты освоения (объекты оценивания) освоенные основные виды учебной деятельности студентов (УД), Л – личностные результаты, М – метапредметные результаты, П – предметные результаты	Основные показатели оценки результата и их критерии	Форма аттестации (в соответствии с учебным планом)
Введение		
Л1, Л2, М1, П1, П2 УД: - ознакомление с ролью математики в науке, технике, экономике, информационных технологиях и практической деятельности; - ознакомление с целями и задачами изучения математики при освоении специальностей СПО		
Раздел 1. Развитие понятия о числе		
Л4, М1, М2, П2, П3 УД: - выполнение арифметических действий над числами, сочетая устные и письменные приемы; - нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений;	- демонстрация умения выполнять арифметические действия над числами; - нахождение приближенных значения величин и погрешностей вычислений; - демонстрация умения записывать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь	<i>Текущий контроль</i> оценка выполнения индивидуальных заданий у доски; оценка выполнения заданий контрольной работы «Степени и корни» (№ 1) <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № А1, А13)
Раздел 2. Корни, степени и логарифмы.		
Л3, Л4, Л7, П2, П3 УД: - ознакомление с понятием	- произведение вычислений алгебраических выражений, содержащих степени и	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной

корня n-й степени, свойствами радикалов и с правилами сравнения корней; - формулирование определения корня и свойств корней, вычисление корней; - преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих радикалы; - решение иррациональных уравнений; - ознакомление с понятием степени с действительным показателем; - нахождение значения степени; - перевод корня n-й степени в степень с дробным показателем и наоборот; - формулирование свойств степеней, вычисление степеней с рациональным показателем, сравнение степеней; - преобразование числовых и буквенных выражений, содержащих степени, применяя свойства; - решение показательных уравнений; - выполнение преобразований выражений, применяя формулы, связанные со свойствами степеней и логарифмов; - определение области допустимых значений логарифмического выражения; - решение логарифмических уравнений	радикалы; - демонстрация умения преобразовывать буквенные алгебраические выражения, используя свойства степеней и свойства действий с корнями. - демонстрация решения простейших показательных уравнений; - сравнение чисел, содержащих степени; - демонстрация умения вычислять логарифмы; - демонстрация знания свойств логарифмов и умения применять их для вычисления логарифмических выражений	работы «Степени и корни»; оценка выполнения заданий контрольной работы «Логарифмическая функция» (№ 2); <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № А4, А7)
Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве		
Л3, Л4, Л6, Л7, М2, М4, М5, П2, П3, П6 УД: - формулирование определений, признаков и свойств параллельных и перпендикулярных	- демонстрация знания основных аксиом, определений, теорем темы «Прямые и плоскости в пространстве»; - построение углов между прямыми, прямой и	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной работы «Прямые и плоскости в пространстве»;

плоскостей, двугранных и линейных углов; - построение углов между прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями по описанию, распознавание их на моделях; - применение признаков и свойств расположения прямых и плоскостей при решении задач; - изображение на рисунках перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскостей, углов между прямой и плоскостью, обоснование построений; - решение задач на вычисление геометрических величин; - определение и вычисление расстояний в пространстве; - применение формул и теорем планиметрии для решения задач; - применение теории для обоснования построений и вычислений	плоскостью, между плоскостями; - изображение на рисунках перпендикуляров и наклонных к плоскости, прямых, параллельных плоскости; - демонстрация умения решать задач на вычисление геометрических величин; - применение формул и теорем планиметрии для решения задач	<i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № A2)
Раздел 4. Комбинаторика		
Л2, Л3, Л4, Л6, М2, М4 УД: - ознакомление с понятиями комбинаторики: размещениями, сочетаниями и перестановками и формулами для их вычисления; - изучение правил комбинаторики и применение их при решении комбинаторных задач; - ознакомление с биномом Ньютона и треугольником Паскаля	- демонстрация умения применять правило произведения для решения задач; - демонстрация умения применять перестановки при решении задач; - демонстрация умения применять размещения при решении задач; - демонстрация умения применять сочетания и их свойства при решении задач	<i>Текущий контроль</i> оценка выполнения индивидуальных заданий у доски; <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № A11)
Раздел 5. Координаты и векторы		
Л3, Л4, Л7, М2, Л3, П2, П3 УД: - изучение декартовой системы координат в	- демонстрация умения находить длину вектора; - демонстрация умения выполнять сложение и	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения индивидуальных заданий у доски

пространстве; - построение точки по заданным координатам; - нахождение координат точки, уравнения окружности; - вычисление расстояния между точками; - изучение свойств векторных величин, правил разложения векторов в трехмерном пространстве, правил нахождения координат вектора в пространстве, правил действий с векторами, заданными координатами; - изучение скалярного произведения векторов; - применение теории при решении задач на действия с векторами, на применение векторов для вычисления величин углов и расстояний;	вычитание векторов, находить сумму нескольких векторов, выполнять умножение вектора на число; - построение вектора; - демонстрация знания компланарных векторов, знания правила параллелепипеда, умения разложить вектор по трем некомпланарным векторам; - демонстрация знания прямоугольной системы координат, умения строить вектор по его заданным координатам, знание связи между координатами векторов и координатами точек; - демонстрация умения решать простейшие задачи в координатах; - демонстрация умения находить угол между векторами, скалярное произведение векторов, умение вычислять угол между прямыми и плоскостями	
Раздел 6. Основы тригонометрии		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3 УД: - изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой; - изображение углов вращения на окружности, соотношение величины угла с его расположением; - формулирование определений тригонометрических функций для углов поворота и для острых углов прямоугольного треугольника; - применение основных тригонометрических тождеств для вычисления значений тригонометрических	- демонстрация умения нахождения положения точки единичной окружности, соответствующей данному углу поворота точки $P(1;0)$ и нахождение координаты полученной точки, а также демонстрирует знание определения тригонометрических функций и их значений; - выполнение вычисления значений тригонометрических функций по одной из них с использованием основного тригонометрического тождества; - демонстрация знания и умения использовать основные свойства и формулы при упрощении	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной работы «Основы тригонометрии»; <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № А5)

функций по одной из них; - изучение основных формул тригонометрии: формул сложения, удвоения, преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и наоборот, применений этих формул при вычислении значения тригонометрического выражения и упрощении его; - ознакомление со свойствами симметрии точек на единичной окружности и применение их для вывода формул приведения; - решение по формулам и по тригонометрическому кругу простейших тригонометрических уравнений; - применение общих методов решения уравнений (приведение к линейному, квадратному, метод разложения на множители, замены переменной) при решении тригонометрических уравнений; - нанесение решений простейших тригонометрических уравнений на единичную окружность; - ознакомление с понятием обратных тригонометрических функций; - изучение определений арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа, изображение их на единичной окружности, применение при решении тригонометрических уравнений	тригонометрических выражений и доказательстве тождеств; - решение простейших тригонометрических уравнений	
Раздел 7. Функции и графики		
ЛЗ, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ	- демонстрация нахождения области определения	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения

УД: - ознакомление с понятием переменной, примерами зависимости между переменными; - ознакомление с понятием графика, определение принадлежности точки графику функции, определение вида графика функции по ее формуле; - выражение по формуле одной переменной через другие; - ознакомление с определением функции, формулирование его, нахождение области определения и области значений функции; - ознакомление с примерами функциональных зависимостей в реальных процессах из смежных дисциплин; - ознакомление с доказательными рассуждениями некоторых свойств линейной и квадратичной функций, проведение исследования линейной, кусочно-линейной, дробно-линейной и квадратичной функций, построение их графиков; - построение и чтение графиков функций; - составление вида функции по данному условию, решение задач на экстремум; - выполнение преобразований графиков функций; - изучение понятия обратной функции; - применение свойств функций при исследовании уравнений; - ознакомление с понятием сложной функции; - вычисление значения функции по значению	функции, используя знания об основных свойствах степенной функции; - демонстрация построения графика степенной функции, используя ее основные свойства; - произведение построения графиков показательной функции, демонстрирует знание основных свойств показательной функции; - сравнение чисел, содержащих степени, используя свойства возрастания и убывания показательной функции; - демонстрация построения графика логарифмической функции и определения значений функции по изменяющемуся значению аргумента; - оценивание значения логарифма и приведения обоснованного сравнения значений логарифма с использованием свойств возрастания и убывания логарифмической функции; - демонстрация знания непрерывной периодической функции, формулирования свойств синуса и косинуса, построение их графиков; - демонстрация знания разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков	заданий контрольной работы «Степенная функция» (№1, 2); оценка выполнения заданий контрольной работы «Показательная функция» (№1, 2); оценка выполнения заданий контрольной работы «Логарифмическая функция» (№1, 3); оценка выполнения заданий контрольной работы «Тригонометрические функции» <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № А3, А9, А10, А15)
---	---	--

аргумента; - определение положения точки на графике по ее координатам и наоборот; - использование свойств функций для сравнения значений степеней и логарифмов; - построение графиков степенных и логарифмических функций; - решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам; - ознакомление с понятием непрерывной периодической функции, формулирование свойств синуса и косинуса, построение их графиков; - ознакомление с понятием гармонических колебаний и примерами гармонических колебаний для описания процессов в физике и других областях знания; - ознакомление с понятием разрывной периодической функции, формулирование свойств тангенса и котангенса, построение их графиков; - применение свойств функций для сравнения значений тригонометрических функций, для решения тригонометрических уравнений		
Раздел 8. Многогранники и круглые тела		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3, П6 УД: - описание и характеристики различных видов многогранников, их элементов и свойств; - изображение многогранников; - вычисление линейных элементов и углов в	- изображение многогранников и их элементов; - изображение тел вращения и их элементов, сечения тел вращения; - вычисление площадей поверхностей и объемов многогранников; - вычисление площадей поверхностей и объемов тел вращения	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной работы «Площади поверхностей и объемы геометрических тел» <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание №

пространственных конфигурациях; - построение простейших сечений куба, призмы, пирамиды; - ознакомление с видами тел вращения, формулирование их определений и свойств; - изображение тел вращения, их разверток, сечений; - решение задач на построение сечений, на вычисление длин, расстояний, площадей; - приведение доказательных рассуждений при решении задач; - изображение многогранников и круглых тел, выполнение рисунка по условию задачи; - ознакомление с понятиями площади поверхности и объема; - решение задач на вычисление площадей поверхностей и объемов геометрических тел		A18, B2)
Раздел 9. Начала математического анализа		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3, П5 УД: - ознакомление с понятием числовой последовательности, способами ее задания, вычисление ее членов; - ознакомление с вычислением суммы бесконечного числового ряда на примере вычисления суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии; - ознакомление с понятием производной; - изучение и формулирование геометрического и механического смысла производной; - изучение алгоритма вычисления производной на	- демонстрация умения находить производные функций, используя правила дифференцирования; - демонстрация умения находить значение производной функции в конкретной точке; - демонстрация знания геометрического и физического смысла производной функции; - запись уравнения касательной к графику функции; - нахождение ускорения точки, движущейся по заданному закону; - нахождение промежутков, в которых производная функции положительна, отрицательна; - нахождение экстремумов	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной работы «Производная и ее геометрический смысл» оценка выполнения заданий контрольной работы «Применение производной» <i>Промежуточная аттестация:</i>

примере вычисления мгновенной скорости и углового коэффициента касательной; - составление уравнения касательной в общем виде; - изучение правил дифференцирования, таблицы производных элементарных функций, применение их для дифференцирования функций и составления уравнения касательной; - исследование функции, заданной формулой, с помощью производной; - установление связи свойств функции и производной по их графикам; - применение производной для решения задач на нахождение наибольшего, наименьшего значения и на нахождение экстремума	функции; - нахождение промежутков возрастания и убывания функции; - исследование с помощью производной поведения функции на промежутке и построение ее графика; - нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на заданном промежутке; - демонстрация применения производной для решения задач на нахождение наименьшей площади и периметра геометрических фигур	экзамен (задание № A14, B1)
Раздел 10. Интеграл и его применение		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3, П5 УД: - ознакомление с понятием интеграла и первообразной; - изучение правил вычисления первообразной; - изучение теоремы Ньютона-Лейбница; - решение задач на связь первообразной с производной, на вычисление первообразной для данной функции; - решение задач на применение интеграла для вычисления физических величин и площадей	- демонстрация умения применять таблицу первообразных и правила нахождения первообразных при решении задач; - демонстрация умения изображать криволинейную трапецию; - демонстрация умения находить площадь криволинейной трапеции; - вычисление интегралов; - вычисление площади при помощи интегралов	<i>Текущий контроль</i> оценка выполнения индивидуальных заданий у доски
Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3, П5, П7 УД: - изучение классического определения вероятности, свойств вероятности, теорем о сумме и	- демонстрация знания достоверного, невозможного и случайного события; - демонстрация умения перечислять все элементарные события; - демонстрация знания	<i>Текущий контроль</i> оценка выполнения индивидуальных заданий у доски <i>Промежуточная аттестация:</i>

произведении вероятностей; - решение задач на вычисление вероятностей событий; - ознакомление с представлением числовых данных и их характеристиками; - решение практических задач на обработку числовых данных, вычисление их характеристик;	комбинаций событий; - демонстрация умения вычислять вероятность событий; - демонстрация умения вычислять относительную частоту событий	экзамен (задание № В4)
Раздел 12. Уравнения и неравенства		
Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, П3, П4, П5 УД: - ознакомление с простейшими сведениями о корнях алгебраических уравнений, с понятиями исследования уравнений и систем уравнений; - изучение теории равносильности уравнений и ее применение; - решение рациональных, иррациональных, показательных, тригонометрических уравнений и систем; - использование свойств и графиков функций для решения уравнений; - решение уравнений с применением всех приемов (разложение на множители, введение новых неизвестных, подстановка, графический метод); - решение систем уравнений различными способами; - ознакомление с общими вопросами решения неравенств и использования свойств и графиков функций при решении неравенств; - решение неравенств и их	- демонстрация решения иррациональных уравнений и неравенств, используя алгоритм решения и свойства степенной функции; - произведение решения показательных уравнений и неравенств, используя алгоритм решения с применением различных способов; - произведение решения показательных неравенств и систем показательных уравнений с применением свойств показательных функций и применением различных способов и приемов; - произведение решения логарифмических уравнений и неравенств по известным алгоритмам с использованием различных приемов; - представление решения простейших тригонометрических уравнений; - произведение решения простейших тригонометрических уравнений и отбор корней на указанном промежутке; - показание решения тригонометрических уравнений, применяя общие методы и алгоритмы решения подобных уравнений;	<i>Текущий контроль:</i> оценка выполнения заданий контрольной работы «Степенная функция» (№ 3, 4); оценка выполнения заданий контрольной работы «Показательная функция» (№1, 2, 3); оценка выполнения заданий контрольной работы «Логарифмическая функция» (№ 4, 5); оценка выполнения заданий контрольной работы «Тригонометрические уравнения» <i>Промежуточная аттестация:</i> экзамен (задание № А6, А8, А12, А16, А17,

систем с применением различных способов; - применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики.	- демонстрация знания и умения использовать основные свойства и формулы при упрощении тригонометрических выражений, показание решения тригонометрических уравнений и неравенств с применением общих методов решения и отбором корней с помощью единичной окружности	ВЗ)
---	--	-----

2. Распределение содержания учебного материала по видам контроля:

Содержание учебного материала	Вид аттестации					
	Текущий контроль		Рубежный контроль		Промежуточная аттестация	
	Форма контроля	Формируемые ЗУН	Форма контроля	Формируемые ЗУН	Форма контроля	Формируемые ЗУН
Введение		Л1, Л2, М1, П1, П2				
Раздел 1. Развитие понятия о числе	выполнение индивидуальных заданий у доски контрольная работа «Степени и корни» (№ 1)	Л4, М1, М2, П2, П3			экзамен (задание № А1, А13)	Л4, М1, М2, П2, П3
Раздел 2. Корни, степени и логарифмы	контрольная работа «Степени и корни»; контрольная работа «Логарифмическая функция» (№ 2)	Л3, Л4, Л7, П2, П3			экзамен (задание № А4, А7)	Л3, Л4, Л7, П2, П3
Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве	контрольная работа «Прямые и плоскости в пространстве»	Л3, Л4, Л6, Л7, М2, М4, М5, П2, П3, П6			экзамен (задание № А2)	Л3, Л4, Л6, Л7, М2, М4, М5, П2, П3, П6
Раздел 4. Комбинаторика	выполнение индивидуальных заданий у доски	Л2, Л3, Л4, Л6, М2, М4			экзамен (задание № А11)	
Раздел 5. Координаты и векторы	выполнение индивидуальных заданий у доски	Л3, Л4, Л7, М2, Л3, П2, П3				
Раздел 6. Основы тригонометрии	контрольная работа «Основы	Л3, Л4, Л6, Л7,			экзамен (задание	Л3, Л4, Л6, Л7,

	тригонометрии»	М1, М2, М5, П2, ПЗ			№ А5)	М1, М2, М5, П2, ПЗ
Раздел 7. Функции и графики	контрольная работа «Степенная функция» (№1, 2); контрольная работа «Показа-тельная функция» (№1, 2); контрольная работа «Логарифмическая функция» (№1, 3); контрольная работа «Тригонометрические функции»	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ			экзамен (задание № А3, А9, А10, А15)	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ
Раздел 8. Многогранники и круглые тела	Контрольная работа «Площади поверхностей и объемы геометрических тел»	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П6			экзамен (задание № А18, В2)	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П6
Раздел 9. Начала математического анализа	Контрольная работа «Производная и ее геометрический смысл» Контрольная работа «Применение производной»	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5			экзамен (задание № А14, В1)	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5
Раздел 10. Интеграл и его применение	выполнение индивидуальных заданий у доски	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5				Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5
Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики	выполнение индивидуальных заданий у доски	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5, П7			экзамен (задание № В4)	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П5, П7
Раздел 12. Уравнения и неравенства	контрольная работа «Степенная функция» (№ 3, 4); контрольная работы «Показа-тельная функция» (№1, 2, 3); контрольная работа «Логарифмическая функция» (№ 4, 5); контрольная работа «Тригонометрические уравнения»	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П4, П5			экзамен (задание № А6, А8, А12, А16, А17, В3)	Л3, Л4, Л6, Л7, М1, М2, М5, П2, ПЗ, П4, П5

I. СОДЕРЖАНИЕ КИМ

2.1 Задания для проведения текущего контроля

Раздел 1. Развитие понятия о числе

Выполнения индивидуальных заданий у доски: ОИ2: № 1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 14, 15, 18, 19

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы

Контрольная работа по теме: «Корни и степени»

I вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 2,3(5)	3
2	Вычислить: $\frac{7}{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{54}$	3
3	Вычислить: $\frac{(\frac{1}{7^3} \cdot \frac{2}{7^3})^{-5}}{7^{-3}}$	3
4	Упростите выражение: $(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}})^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1}$	3
5	Решите уравнение: $8^{3x+1} = 8^5$	3
6	Вычислить: $\frac{10^{\frac{1}{2}}}{\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{9^{\frac{1}{3}}}} \cdot \frac{40^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{5}{2}}}{\frac{1}{9^{\frac{1}{6}}}}$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 2,1(7)	3
2	Вычислить: $\frac{5}{3}\sqrt{75} \cdot \sqrt{3}$	3
3	Вычислить: $\frac{6^{-4}}{(6^{-\frac{3}{5}} \cdot \frac{1}{6^5})^5}$	3
4	Упростите выражение: $(b^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{b^{4+\sqrt{3}}}$	3
5	Решите уравнение: $(\frac{1}{2})^4 = (\frac{1}{2})^{\frac{x}{2}-1}$	3
6	Вычислить: $\frac{7^{\frac{3}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{12}}}{16^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{27^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{6}}}$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 3,3(4)	3
2	Вычислить: $\frac{7}{3}\sqrt{27} \cdot \sqrt{3}$	3
3	Вычислить: $(2^{-\frac{1}{7}})^{1,4} \cdot 4^{0,1}$	3
4	Упростите выражение: $x^{-2\sqrt{2}} \cdot (\frac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}})^{\sqrt{2}+1}$	3
5	Решите уравнение: $6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}$	3
6	Вычислить: $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}}$	3
ИТОГО:		18

IV вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: $2,5(2)$	3
2	Вычислить: $\frac{4}{5}\sqrt{5} \cdot \sqrt{45}$	3
3	Вычислить: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-7} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{10}$	3
4	Упростите выражение: $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}}$	3
5	Решите уравнение: $7^{3x} = 7^{10}$	3
6	Вычислить: $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{\frac{1}{6}}}$	3
ИТОГО:		18

Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве

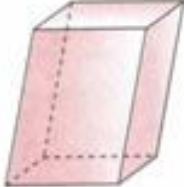
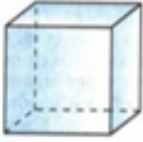
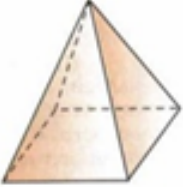
Контрольная работа по теме: «Прямые и плоскости в пространстве»

I вариант

Ответить на вопросы теста:

1. Дополните определение: *Стереометрия – это раздел геометрии, в котором изучаются* _____ (1 балл)

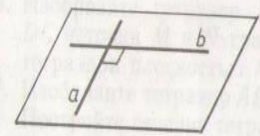
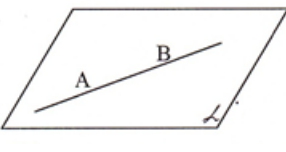
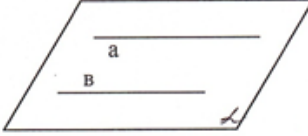
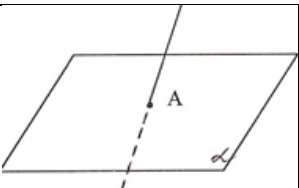
2. Установите соответствие между названием геометрического тела и его изображением:

название	номер фигуры					
а) конус						
б) шар						
в) куб						
						
	1	2	3	4	5	6

(3 балла)

1. Установите соответствие между утверждением и номером рисунка:

утверждение	номер рисунка
а) прямые a и b параллельны	
б) прямая AB пересекает плоскость α	
в) прямая AB лежит в плоскости α	
г) прямые a и b перпендикулярны	

			
1	2	3	4

(4 балла)

4. Установите соответствие по рисунку:

а) AH	б) H	в) AM	г) M	д) HM
			утверждение	буква ответа
			1) перпендикуляр, проведенный из точки A к плоскости α ;	
			2) основание наклонной;	
			3) проекция наклонной на плоскость	

(3 балла)

5. Определите по рисунку:

3. Определить по рисунку:			
1. Взаимное расположение прямых:		2. Взаимное расположение прямых и плоскостей:	

(4 балла)

Решите задачи:

1. В тетраэдре $DABC$: $\angle ADB = 52^\circ$, $\angle BDC = 70^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$, $DA = 18$ см, $DC = 19$ см, $DB = 16$ см. Найдите площади всех боковых граней. ($\sin 52^\circ \approx 0,79$; $\sin 70^\circ \approx 0,94$)

(6 баллов)

2. Наклонная SB , проведенная из точки S к данной плоскости равна 8 см. Чему равна проекция данной наклонной на плоскость, если угол между прямой SB и плоскостью равен 45°

(5 баллов)

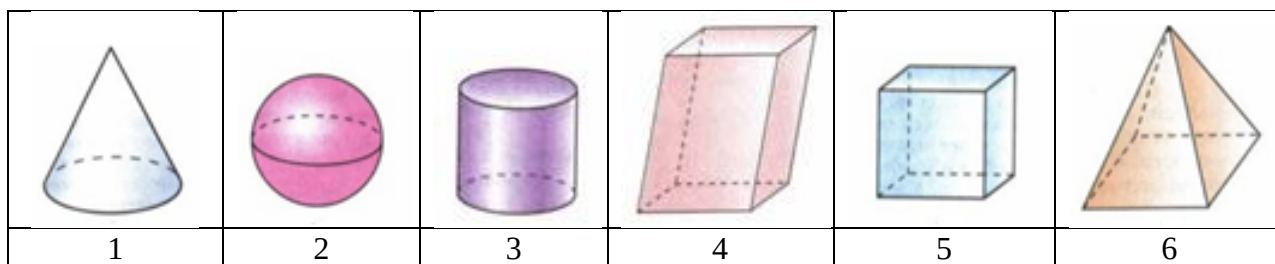
Итого: 26 баллов

II вариант:

Ответить на вопросы теста:

1. Дополните предложение: Назовите основные фигуры в пространстве _____ (1 балл)
2. Установите соответствие между названием геометрического тела и его изображением:

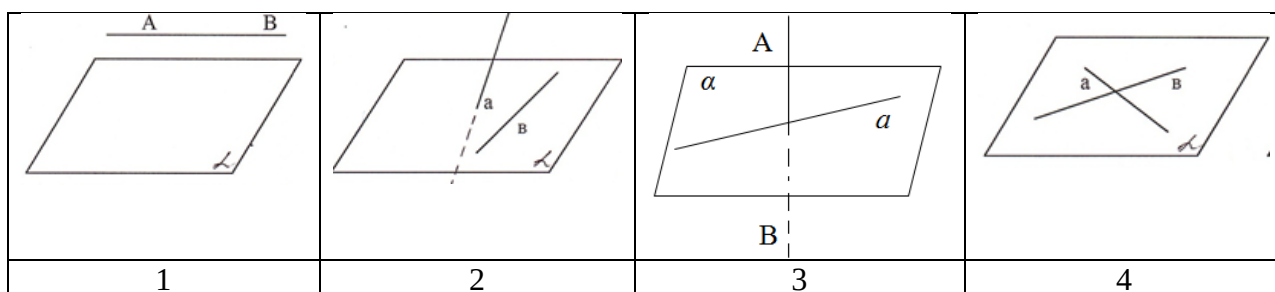
название	номер фигуры
а) пирамида	
б) цилиндр	
в) параллелепипед	



(3 балла)

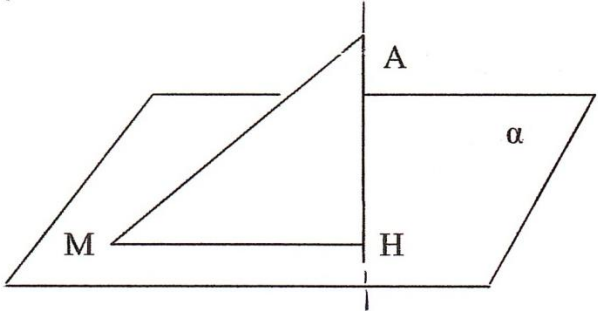
3. Установите соответствие между утверждением и номером рисунка:

утверждение	номер рисунка
а) прямые a и b скрещиваются	
б) прямая AB не пересекает плоскость α	
в) прямые a и b пересекаются	
г) прямая AB перпендикулярна плоскости α	



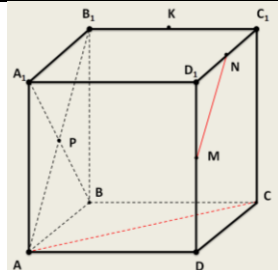
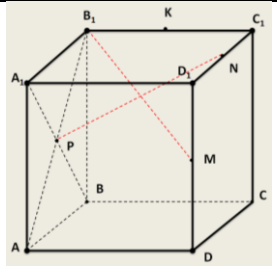
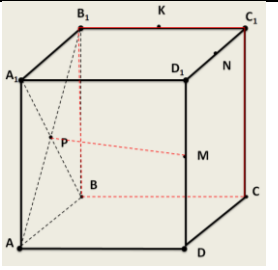
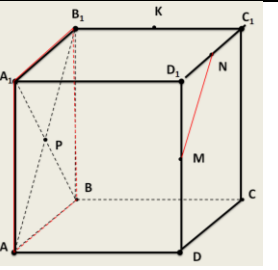
(4 балла)

4. Установите соответствие по рисунку:

а) AH	б) H	в) AM	г) M	д) NM
			утверждение	буква ответа
			1) расстояние от точки до плоскости;	
			2) основание перпендикуляра;	
			3) наклонная, проведенная из точки A к плоскости α	

(3 балла)

5. Определите по рисунку:

1. Взаимное расположение прямых:		2. Взаимное расположение прямых и плоскостей:	
			

(4 балла)

Решите задачи:

1. В тетраэдре $DABC$: $\angle ADB = 56^\circ$, $\angle BDC = 74^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$, $DA = 22$ см, $DC = 23$ см, $DB = 20$ см. Найдите площади всех боковых граней. ($\sin 56^\circ \approx 0,83$; $\sin 74^\circ \approx 0,96$)

(6 баллов)

2. Наклонная AM , проведенная из точки A к данной плоскости равна 8 дм. Чему равна проекция данной наклонной на плоскость, если угол между прямой AM и плоскостью равен 30° .

(5 баллов)

Итого: 26 баллов

Раздел 4. Комбинаторика

Выполнения индивидуальных заданий у доски: ОИ2: № 1043, 1044, 1046, 1059, 1060, 1061, 1065, 1072, 1073, 1076, 1077, 1080, 1081, 1082, 1083, 1092, 1093, 1095

Раздел 5. Координаты и векторы

Выполнения индивидуальных заданий у доски: ОИ1: №

Раздел 6. Основы тригонометрии

Контрольная работа по теме: «Основы тригонометрии»

I вариант

№	задание	баллы
1	Вычислить: а) $\cos 780^\circ$; б) $\sin \frac{13}{6}\pi$.	3
2	Вычислить: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
3	Упростить выражение: а) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)$ б) $\frac{\sin(-\alpha) + \cos(\pi + \alpha)}{1 + 2 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(-\alpha)}$	3 3
4	Докажите тождество: $\cos^2 \alpha (1 + \operatorname{tg}^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$	3
5	Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	Вычислить: а) $\sin 780^\circ$; б) $\cos \frac{13}{6}\pi$.	3
2	Вычислить: $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
3	Упростить выражение: а) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)$ б) $\frac{\sin(\frac{3}{2}\pi + \alpha) + \sin(2\pi + \alpha)}{2 \cos(-\alpha) \sin(-\alpha) + 1}$	3 3
4	Докажите тождество: $\frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \cdot \cos \alpha = \cos \alpha$	3
5	Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Вычислить: а) $\sin 300^\circ$; б) $\operatorname{tg}(\frac{2\pi}{3})$.	3
2	Вычислить: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$	3

3	Упростить выражение: а) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(-\alpha) \cos(-\beta)$ б) $\sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$	3 3
4	Докажите тождество: $3 \cos 2\alpha + \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha = 2 \cos 2\alpha$	3
5	Вычислить: $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
ИТОГО:		18

IV вариант

№	задание	баллы
1	Вычислить: а) $\cos(-210^\circ)$; б) $\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	3
2	Вычислить: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
3	Упростить выражение: а) $\cos(-\alpha) \sin(-\beta) - \sin(\alpha - \beta)$ б) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha)$	3 3
4	Докажите тождество: $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2 \cos 4\alpha} = \sin \alpha$	3
5	Вычислить: $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$	3
ИТОГО:		18

Раздел 7. Функции и графики

Раздел 12. Уравнения и неравенства

Контрольная работа по теме: «Степенная функция»

I вариант

1. Установите соответствие: (3 балла)

- а) показатель p – отрицательное действительное нецелое число
б) показатель $p = 2n$ – четное натуральное число
в) показатель $p = -(2n - 1)$, где n – натуральное

1.	2.	3.

2. Найдите функцию, обратную данной: $y = \sqrt[4]{x - 3}$ (3 балла)

3. Решите уравнение:

- а) $\sqrt{5 - 4x} = 3,2$ (3 балла) б) $\sqrt{4x^2 - 3x - 1} = x + 1$ (3 балла) в) $3x = \sqrt{1 - x} - 1$ (3 балла)

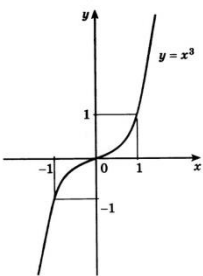
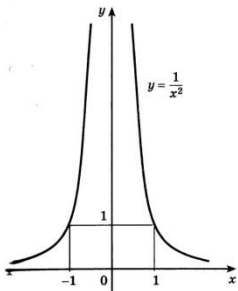
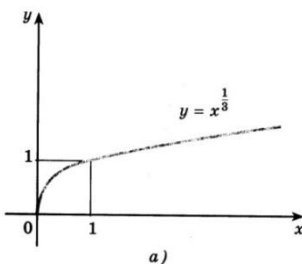
4. Решить неравенство $\sqrt{2x - x^2 + 1} \geq 2x - 3$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

II вариант

1. Установите соответствие: (3 балла)

- а) показатель $p = -2n$, где n – натуральное число
б) показатель p – положительное действительное нецелое число
в) показатель $p = 2n - 1$ – нечетное натуральное число

		
1.	2.	3.

2. Найдите функцию, обратную данной $y = \sqrt[4]{x+2}$. (3 балла)

3. Решите уравнение:

а) $\sqrt{2x-3} = 1,6$
(3 балла)

б) $\sqrt{3x^2+5x+8} = 3+x$
(3 балла)

в) $-2x = \sqrt{x+1} - 8$
(3 балла)

4. Решить неравенство $\sqrt{2x^2+x} < 1+2x$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

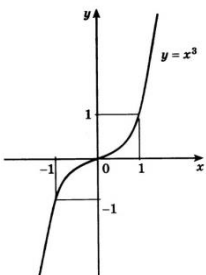
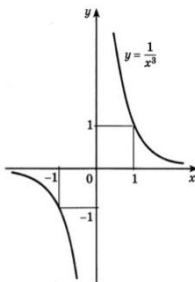
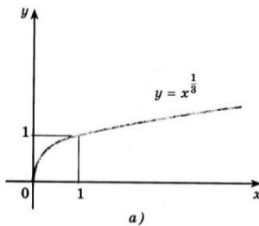
III вариант

1. Установите соответствие: (3 балла)

а) показатель $p = 2n - 1$ – нечетное натуральное число

б) показатель p – положительное действительное нецелое число

в) показатель $p = -(2n - 1)$, где n – натуральное

		
1.	2.	3.

2. Найдите функцию, обратную данной: $y = 2 - \sqrt{2x-5}$ (3 балла)

3. Решите уравнение:

а) $\sqrt{3x-2} = 1,7$
(3 балла)

б) $1 + 2x + \sqrt{7-6x} = 0$
(3 балла)

в) $2\sqrt{x+5} = x+2$
(3 балла)

4. Решить неравенство $\sqrt{x^2-3x-10} < x+4$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

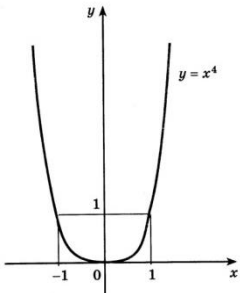
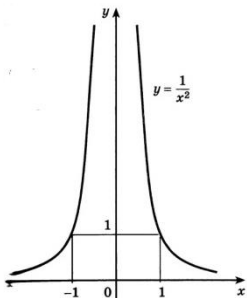
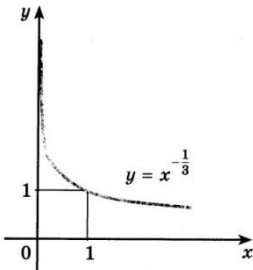
IV вариант

1. Установите соответствие: (3 балла)

а) показатель $p = -2n$, где n – натуральное число

б) показатель p – отрицательное действительное нецелое число

в) показатель $p = 2n$ – четное натуральное число

		
---	--	---

1.	2.	3.
----	----	----

2. Найдите функцию, обратную данной $y = \sqrt{2x+7} - 2$ (3 балла)

3. Решите уравнение:

а) $x + 1 - \sqrt{1-x} = 0$
(3 балла)

б) $\sqrt{2x+1} = 2,4$
(3 балла)

в) $4\sqrt{x+6} = x + 1$
(3 балла)

4. Решить неравенство $\sqrt{x^2 + 2x - 8} < x - 4$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

Контрольная работа по теме: «Показательная функция»

I вариант

1. Решите уравнения:

а) $27^{3x} = \frac{1}{3}$
(3 балла)

б) $5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 = 0$
(3 балла)

в) $2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \cdot 2^x = 48$
(3 балла)

2. Решите неравенства:

а) $0,2^{x^2+6x-7} \geq 1$
(3 балла)

б) $\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > 9^{2x-1}$
(3 балла)

3. Решите систему уравнений:

$\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases}$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

II вариант

1. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{1}{25}\right)^{4x} = 5$
(3 балла)

б) $9^x - 3^x - 6 = 0$
(3 балла)

в) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 155$
(3 балла)

2. Решите неравенства:

а) $0,3^{x^2-6x} \geq 0,3^x$
(3 балла)

б) $\left(\frac{1}{25}\right)^{2-x} < 125^{x+1}$
(3 балла)

3. Решите систему уравнений:

$\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases}$ (3 балла)

III вариант

1. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} = 25$
(3 балла)

б) $4^x + 2^x + 20 = 0$
(3 балла)

в) $3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} = 1$
(3 балла)

2. Решите неравенства:

а) $\left(\frac{3}{4}\right)^{3x+5} > 1\frac{1}{3}$
(3 балла)

б) $(3,3)^{x^2+6x} < 1$
(3 балла)

3. Решите систему уравнений:

$\begin{cases} 2^{x+y} = 32 \\ 3^{3y-x} = 27 \end{cases}$ (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

IV вариант

1. Решите уравнения:

а) $(0,1)^{2x-3} = 10$ (3 балла) б) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$ (3 балла) в) $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x = 5$ (3 балла)

2. Решите неравенства:

а) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{4x+7} < \frac{5}{6}$ (3 балла) б) $(1,7)^{x^2-x-12} > 1$ (3 балла)

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 125 \\ 7^{2x-y} = 343 \end{cases}$$
 (3 балла)

ИТОГО: 18 баллов

Контрольная работа по теме «Логарифмическая функция»

I вариант

№	задание	баллы
1	Построить график функции $y = \log_{0,5} x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{4}$ до 8?	3
2	Вычислить: а) $\log_{\frac{1}{2}} 16$ б) $5^{1+\log_5 3}$ в) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2 \log_3 6$	1 1 1
3	Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$	3
4	Решить уравнение: а) $\log_5 (2x - 1) = 2$ б) $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$	3 3
5	Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	Построить график функции $y = \log_4 x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{4}$ до 16?	3
2	Вычислить: а) $\log_3 \frac{1}{27}$ б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2 \log_{\frac{1}{3}} 7}$ в) $\log_2 56 + 2 \log_2 12 - \log_2 63$	1 1 1
3	Сравнить числа: $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$	3
4	Решить уравнение: а) $\log_4 (2x + 3) = 3$ б) $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$	3 3
5	Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{2}} (x - 3) > 2$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Построить график функции $y = \log_3 x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{3}$ до 9?	3
2	Вычислить:	

	а) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32}$	1
	б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{6 \log_{\frac{1}{3}} 2}$	1
	в) $\frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21}$	1
3	Сравнить числа: $\log_3 1\frac{1}{5}$ и $\log_3 \frac{5}{6}$	3
4	Решить уравнение: а) $\log_{\frac{1}{2}}(7 - 8x) = -2$ б) $\log_3(x + 2) + \log_3 x = 1$	3 3
5	Решить неравенство: $\log_3(x - 1) \leq 2$	3
	ИТОГО:	18

IV вариант

№	задание	баллы
1	Построить график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. Как изменяется y , когда x убывает от 9 до $\frac{1}{3}$?	3
2	Вычислить: а) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ б) $(5)^{-\log_5 3}$ в) $4 \log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3} \log_{\frac{1}{2}} 27 - 2 \log_{\frac{1}{2}} 6$	1 1 1
3	Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$ и $\log_{\frac{1}{3}} \frac{5}{6}$	3
4	Решить уравнение: а) $\lg(x^2 - 2) = \lg x$ б) $\log_2(x + 1) + \log_2 x = 1$	3 3
5	Решить неравенство: $\log_2(x - 5) \leq 2$	3
	ИТОГО:	18

Контрольная работа по теме: «Тригонометрические уравнения»

I вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(4 + 2x) = -\frac{1}{2}$	3
2	$\sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$	3
3	$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$	3
4	$3 + 4 \sin(2x + 1) = 0$	3
5	$\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$	3
6	$\sqrt{3} - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$	3
	ИТОГО:	18

II вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(6 + 3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$	3

2	$2\cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) - \sqrt{3} = 0$	3
3	$1 - \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$	3
4	$5\sin(2x - 1) - 2 = 0$	3
5	$\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$	3
6	$1 - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 0$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(5 + 4x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	3
2	$2\cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) - \sqrt{2} = 0$	3
3	$1 - \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 0$	3
4	$3\sin(2x - 1) - 1 = 0$	3
5	$\operatorname{tg}\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$	3
6	$\frac{1}{\sqrt{3}} - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$	3
ИТОГО:		18

IV вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(2 + 5x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$	3
2	$2\cos\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 0$	3
3	$\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$	3
4	$5 + 6\sin(2x + 1) = 0$	3
5	$\operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	3
6	$1 - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$	3
ИТОГО:		18

Раздел 8. Многогранники и круглые тела

Контрольная работа «Площади поверхностей и объемы геометрических тел»

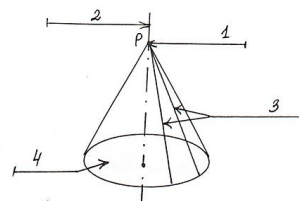
I вариант

Ответить на вопросы теста:

1. Дополните определение: Цилиндром называется тело, которое состоит из ____ 1 ____
____ 2 ____, совмещаемых ____ 3 ____ ____ 4 ____, и всех ____ 5 ____, соединяющих точки
этих кругов.

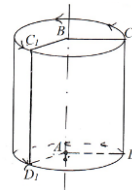
(1 балл)

2. Назовите составляющие конуса по рисунку:



(1 балл)

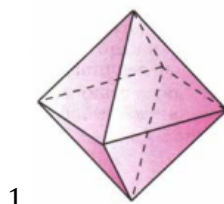
3. Пользуясь рисунком, дайте определение тела, полученного вращением:



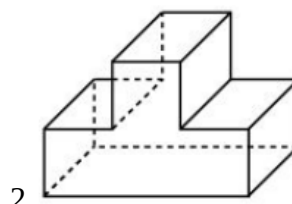
(1 балл)

4. Установите соответствие:

- а) невыпуклый многогранник
- б) выпуклый многогранник



1.



2.

(1 балл)

5. Укажите номер тела, НЕ являющегося многогранником:

- 1. Куб
- 2. Параллелепипед
- 3. Тетраэдр
- 4. Цилиндр

(1 балл)

6. Дополните определение: Многоугольники, совмещаемые параллельным переносом называются _____ 1 _____ призмы, а отрезки соединяющие соответствующие вершины многоугольников, – _____ 2 _____ _____ 3 _____ призмы.

(1 балл)

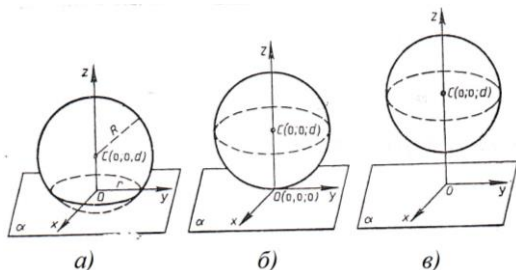
7. Дополните определение: Пирамида – это _____ 1 _____, состоящий из плоского _____ 2 _____, точки не лежащей в плоскости этого многоугольника и всех _____ 3 _____, соединяющих эту точку с точками многоугольника.

(1 балл)

8. Дополните определение: Многоугольник называется _____ 1 _____ пирамиды.

(1 балл)

9. Установите соответствие:



1) $d > R$

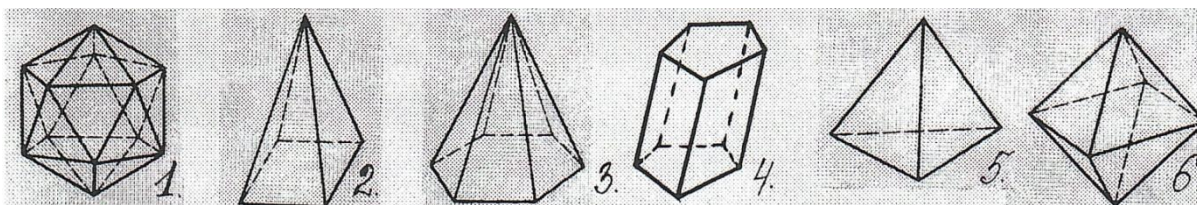
2) $d < R$

3) $d = R$

(1 балл)

10. Установите соответствие:

- а) Четырехугольная пирамида
- б) Треугольная пирамида
- в) Шестиугольная пирамида
- г) Пятиугольная призма
- д) Правильный октаэдр



(1 балл)

11. Изобразите:

Весь куб по данным трем ребрам	Треугольную наклонную призму	Четырехугольную пирамиду	Осевое сечение конуса	Сечение цилиндра плоскостью перпендикулярной к его оси

(3 балла)

Решите задачи

1. Основание прямой призмы параллелограмм ABCD, в котором $\angle A = 30^\circ$, $AB = 20$ см, $AD = 8$ см. Высота призмы равна 11 см. Чему равна площадь полной поверхности призмы?

(3 балла)

2. Найдите объем пирамиды высота которой равна 7,6 см, а основанием служит треугольник ABC, в котором $AB = 24$ см, $BC = 15,5$ см, $\angle ABC = 30^\circ$.

(3 балла)

3. Площадь основания цилиндра равна 49π см², а площадь его осевого сечения равна 224 см². Найдите объем цилиндра.

(3 балла)

4. Найдите площадь полной поверхности конуса, если площадь его осевого сечения равна 48 см², а площадь основания равна 36π см².

(3 балла)

5. Плоскость проходит на расстоянии 8 см от центра шара. Радиус сечения равен 15 см. Найдите площадь поверхности шара.

(3 балла)

Итого: 28 баллов

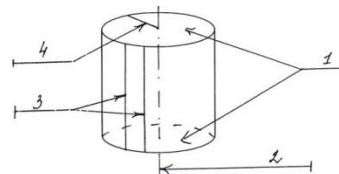
II вариант

Ответить на вопросы теста:

1. Дополните определение: Конусом называется тело, которое состоит из ____ 1 ____, ____ 2 ____, не лежащей в плоскости этого ____ 3 ____ и всех ____ 4 ____, соединяющих ____ 5 ____, конуса с точками окружности.

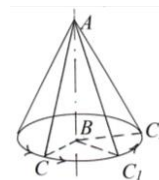
(1 балл)

2. Назовите составляющие цилиндра по рисунку:



(1 балл)

3. Пользуясь рисунком, дайте определение тела, полученного вращением:

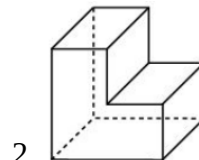
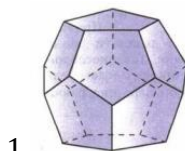


(1 балл)

4. Установите соответствие:

а) невыпуклый многогранник

б) выпуклый многогранник



(1 балл)

5. Укажите номер тела, НЕ являющегося многогранником:

1. Призма

2. Конус

3. Пирамида

4. Октаэдр

(1 балл)

6. Дополните определение: Многогранник, который состоит из двух плоских _____ 1 _____, совмещаемых параллельным переносом, и всех _____ 2 _____, соединяющих соответствующие точки этих многоугольников, называется _____ 3 _____

(1 балл)

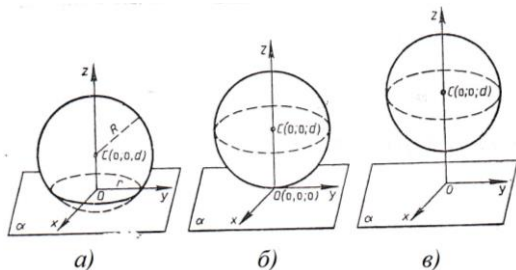
Дополните определение: Пирамида называется _____ 1 _____, если ее основание – правильный _____ 2 _____, а основание высоты, совпадает с _____ 3 _____ этого многоугольника.

(1 балл)

8. Дополните определение: Точка, не лежащая в плоскости многоугольника называется _____ 1 _____ пирамиды.

(1 балл)

9. Установите соответствие:



1) $d > R$

2) $d < R$

3) $d = R$

(1 балл)

10. Установите соответствие:

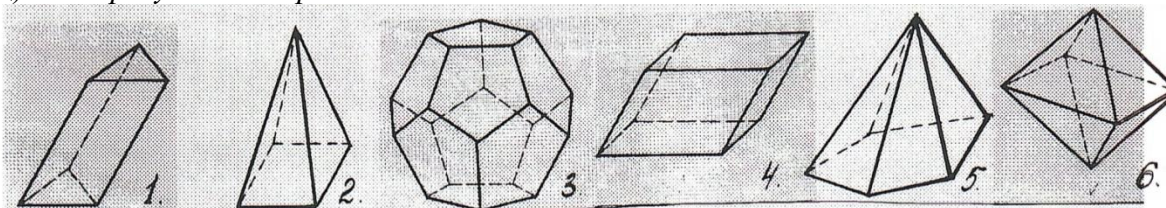
а) Пятиугольная пирамида

б) Четырехугольная пирамида

в) Правильный додекаэдр

г) Треугольная призма

д) Четырехугольная пирамида



(1 балл)

11. Изобразите:

Весь куб по	Четырехуголь-	Треугольную	Осевое сечение	Сечение конуса
-------------	---------------	-------------	----------------	----------------

данным трем ребрам	новую наклонную призму	пирамиду	цилиндра	плоскостью перпендикулярной к его оси

(3 балла)

Решите задачи

1. Основание прямой призмы параллелограмм ABCD, в котором $\angle A = 30^\circ$, $AB = 16$ см, $AD = 12$ см. Высота призмы равна 7 см. Чему равна площадь полной поверхности призмы?

(3 балла)

2. Найдите объем пирамиды высота которой равна 13,2 см, а основанием служит квадрат со стороной 2,35 см.

(3 балла)

3. Площадь основания цилиндра равна 64π см², а площадь его осевого сечения равна 384 см². Найдите объем цилиндра.

(3 балла)

4. Найдите площадь полной поверхности конуса, если площадь его осевого сечения равна 60 см², а площадь основания равна 25π см².

(3 балла)

5. Найдите площадь сечения шара радиуса 41 см плоскостью, проведенной на расстоянии 29 см от центра шара.

(3 балла)

Итого: 28 баллов

Раздел 9. Начала математического анализа

Контрольная работа по теме: «Производная и ее геометрический смысл»

I вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; 2) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$; 3) $e^x \cdot \cos x$; 4) $\frac{\ln x}{1-x}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$, $x_0 = 8$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 1$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$ положительны	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $2x^3 - \frac{1}{x^2}$; 2) $(4 - 3x)^7$; 3) $e^x \cdot \sin x$; 4) $\frac{2-x}{\ln x}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x_0 = \frac{1}{4}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ положительны	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $6\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2}$; 2) $(3x - 5)^4$; 3) $e^{-x} \cdot \sin x$; 4) $\frac{\sin x}{x+1}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1$, $x_0 = 9$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 2x$ в точке $x_0 = 3$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 2$ отрицательны	3
ИТОГО:		18

IV вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $\frac{2}{x^3} - 8\sqrt[4]{x}$; 2) $(2x + 3)^8$; 3) $x^3 \cdot \ln x$; 4) $\frac{3^x}{\sin x}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \cos x \cdot \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 + 3x$ в точке $x_0 = 3$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^4 - 2x^5 + 5$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 5$ отрицательны	3
ИТОГО:		18

Контрольная работа по теме: «Применение производной»

I вариант

№	задание	баллы
1	Найти экстремумы функции: $y = e^x(2x - 3)$	3
2	Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$	3
3	Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$	3
4	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$	3
5	Среди прямоугольников с площадью 64 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром.	3
ИТОГО:		15

II вариант

№	задание	баллы
1	Найти экстремумы функции: $y = (5 - 4x)e^x$	3
2	Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$	3
3	Построить график функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$	3
4	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$	3
5	Среди прямоугольников с площадью 36 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром	3
ИТОГО:		15

III вариант

№	задание	баллы
1	Найти экстремумы функции: $y = (x - 1)e^{3x}$	3
2	Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$	3
3	Построить график функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-3; 3]$	3
4	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$	3
5	Из всех прямоугольников, площадь которых равна 9 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром	3
ИТОГО:		15

IV вариант

№	задание	баллы
1	Найти экстремумы функции: $y = (4 - 3x)e^x$	3
2	Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$	3
3	Построить график функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$ на отрезке $[-1; 3]$	3
4	Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$ на отрезке $[0; 3]$	3
5	Среди прямоугольников с площадью 25 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром	3

	ИТОГО:	15
--	--------	----

Раздел 10. Интеграл и его применение

Выполнения индивидуальных заданий у доски: ОИ2: № 983, 985, 986, 987, 988, 989, 991, 992, 999, 1000, 1001, 1004, 1005, 1006, 1007, 1008, 1009, 1010, 1011, 1014, 1015, 1016, 1017

Раздел 11. Элементы теории вероятностей и математической статистики

Выполнения индивидуальных заданий у доски: ОИ2: № 1115, 1116, 1117, 1118, 1119, 1120, 1121, 1123, 1125, 1126, 1127, 1128, 1129, 1134, 1135, 1136, 1137, 1145, 1146, 1147, 1148, 1157, 1158

2.2 Задания для проведения рубежного контроля.

2.3 Задания для проведения промежуточной аттестации

Инструкция по выполнению работы

На выполнение работы отводится 3 часа 55 минут (235 минут). Работа состоит из 2 частей, содержащих 22 задания.

Обязательная часть содержит 18 заданий базового уровня сложности (A1-A18), для которых нужно дать краткие пояснения и записать ответ.

Дополнительная часть содержит 4 задания повышенного уровня сложности (B1-B4), выполнение которых предполагает написание полного, развернутого ответа, включающего необходимые пояснения и расчёты.

При выполнении работы Вы можете пользоваться справочными материалами, линейкой, черновиком.

Обращаем Ваше внимание, что записи в черновике не будут учитываться при оценке работы.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются.

Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

ВАРИАНТ №1

Обязательная часть

A1 (1 балл) Батарейка стоит 9 рублей 50 копеек. Какое наибольшее количество батареек можно купить на 65 рублей?

A2 (1 балл) Площадь ромба равна 96, а одна из его диагоналей 16, Найдите периметр ромба.

A3 (1 балл) Вычислите координаты точки пересечения прямых
 $2x + 3y = -12$ и $4x - 6y = 0$

A4 (1 балл) Вычислите: $9^{3/2} + 27^{2/3} - \left(\frac{1}{16}\right)^{-3/4}$

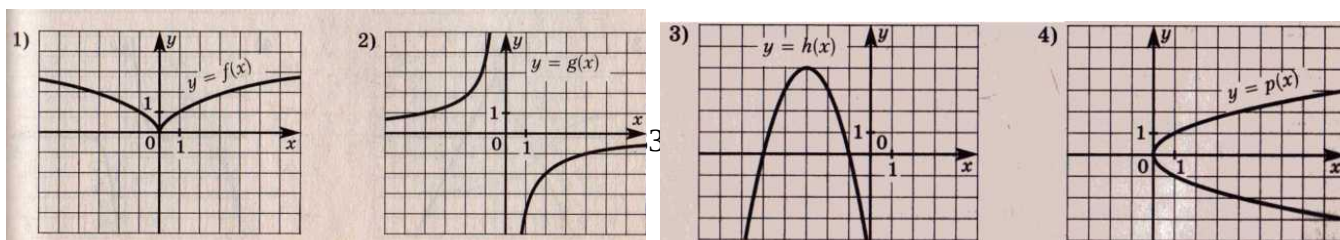
A5 (1 балл) Найдите $\cos x$, если $\sin x = -\frac{15}{17}$ и $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$

A6 (1 балл) Решите уравнение: $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$

A7 (1 балл) Найдите значение выражения: $\log_{12} 8 + 2\log_{12} 2 + \log_{12} \frac{9}{2}$

A8 (1 балл) Решите уравнение: $\log_2(2x - 1) = 3$

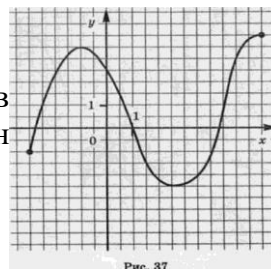
A9 (1 балл) Укажите рисунок, на котором изображен график четной функции. В ответе



кратко поясните, почему.

A10 (1 балл) Используя график функции $y = f(x)$ (см. рис. 37), определите и запишите в ответе наименьшее и наибольшее значение.

A11 (1 балл) В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу, 7 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется неисправным.



A12 (1 балл) Для каждого неравенства укажите множество его решений

- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| а) $x^2 + 9 > 0$ | 1) $(-3; 3)$ |
| б) $x^2 - 9 > 0$ | 2) $(-\infty; +\infty)$ |
| в) $x^2 - 9 < 0$ | 3) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ |

Ответ оформите в виде таблицы

А	Б	В

A13 (1 балл) Мебельный салон заключает договоры с производителями мебели. В договорах указывается, какой процент от суммы, вырученной за продажу мебели, поступает в доход мебельного салона.

Производитель	Процент от выручки, поступающий в доход салона	Примечания
«Лидер»	31	Изделия ценой до 25000 руб.
«Лидер»	17	Изделия ценой свыше 25000 руб.
«Наяда»	27	Все изделия
«Эстет»	28	Все изделия

В прейскуранте приведены цены на четыре шкафа. Определите, продажа какого шкафа наименее выгодна для салона. В ответе запишите, сколько рублей поступит в доход салона от продажи этого шкафа.

Производитель	Наименование шкафа	Цена
«Наяда»	«Пассаж»	21000 руб.
«Эстет»	«Грация»	19000 руб.
«Лидер»	«Дуэт»	18000 руб.
«Лидер»	«Флер»	31000 руб.

A14 (1 балл) Найдите производную функции: $y = \frac{\ln x}{1-x}$

A15 (1 балл) Найдите область определения функции: $y = \log_{17}(2x - x^2)$

A16 (1 балл) Решите уравнение: $\sqrt{7-x} = 4$

A17 (1 балл) Решите уравнение: $2 \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$

A18 (1 балл) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $6\sqrt{5}$, а длина бокового ребра равна 16. Найдите высоту пирамиды.

Дополнительная часть

B1 (3 балла) Найдите точки экстремума функции:

$$y = 2x^3 + 3x^2 - 36$$

B2 (3 балла) Основанием прямой призмы является ромб со стороной 12 см и углом 60° . Меньшее из диагональных сечений призмы является квадратом. Найдите объем призмы.

B3 (3 балла) Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x - y = 8, \\ 2^{x-3y} = 16 \end{cases}$$

В4 (3 балла) Приведите пример четырехзначного натурального числа, кратного 15, произведение цифр которого больше 55, но меньше 65. Если таких чисел несколько, то в ответе укажите наибольшее из них.

ВАРИАНТ №2

Обязательная часть

A1 (1 балл) Карандаш стоит 6 рублей 20 копеек. Какое наибольшее количество карандашей можно купить на 80 рублей?

A2 (1 балл) Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 8 и 18.

A3 (1 балл) Вычислите координаты точки пересечения прямых:

$$4x - 10y = 0 \text{ и } 3x + 5y = 25$$

A4 (1 балл) Вычислите: $25^{1.5} + (0,25)^{-0,5} - 81^{0,75}$

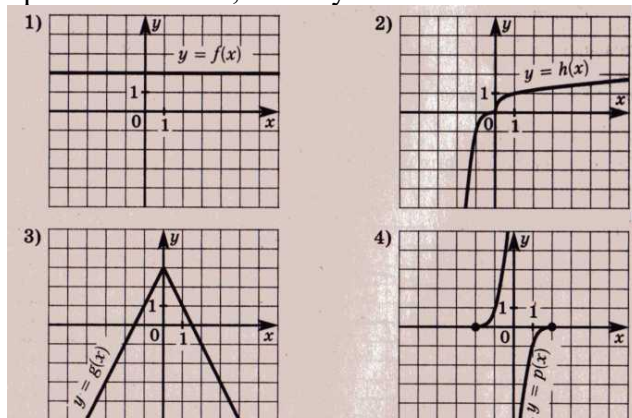
A5 (1 балл) Найдите $\sin x$, если $\cos x = \frac{8}{17}$ и $x \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$

A6 (1 балл) Решите уравнение: $3^x - \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} = 24$

A7 (1 балл) Найдите значение выражения: $2\log_7 32 - \log_7 256 - 2\log_7 14$

A8 (1 балл) Решите уравнение: $\log_{0,5}(3x - 1) = -3$

A9 (1 балл) Укажите рисунок, на котором изображен график нечетной функции. В ответе кратко поясните, почему.



A10 (1 балл) Используя график функции $y = f(x)$ (см. рис. 11), определите и запишите в ответе наименьшее и наибольшее значение.

A11 (1 балл) В среднем из 200 аккумуляторов, поступивших в продажу, 6 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется неисправным.

A12 (1 балл) Для каждого неравенства укажите множество его решений

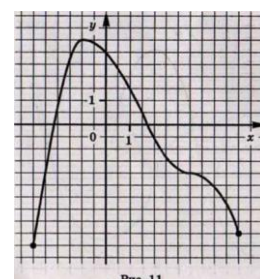
а) $x^2 - 4x > 0$	1) $(-4; 0)$
б) $x^2 + 4x < 0$	2) $(-4; 4)$
в) $4x^2 - 64 < 0$	3) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$

Ответ оформите в виде таблицы

А	Б	В

A13 (1 балл) В трех салонах связи один и тот же смартфон продается в кредит на разных условиях (см. приведенную ниже таблицу).

Салон	Цена смартфона (руб.)	Первоначальный взнос (в % от	Срок кредита (мес.)	Сумма ежемесячного
-------	-----------------------	------------------------------	---------------------	--------------------



		цены)		платежа (руб.)
Мобайл	8900	40	6	1690
Сотовый	9500	15	12	930
Сигма	10900	20	12	990

Определите, в каком из салонов покупка обойдется дешевле всего (с учетом переплаты).

В ответ запишите эту сумму в рублях.

A14 (1 балл) Найдите производную функции: $y = \frac{\sin x}{x+1}$

A15 (1 балл) Найдите область определения функции: $y = \log_{0,11}(x^2 - 8x)$

A16 (1 балл) Решите уравнение: $\sqrt{x+4} = 7$

A17 (1 балл) Решите уравнение: $2\sin(x + \frac{\pi}{2}) + \sqrt{2} = 0$

A18 (1 балл) В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $4\sqrt{3}$, а длина бокового ребра равна $2\sqrt{13}$. Найдите высоту пирамиды.

Дополнительная часть

B1 (3 балла) Найдите точки экстремума функции:

$$y = 2x^3 + 9x^2 - 24x$$

B2 (3 балла) В основании прямой призмы лежит равнобедренная трапеция с острым углом 60° ; боковая сторона и меньшая из параллельных сторон трапеции равны 4см; диагональ призмы составляет с плоскостью основания угол 30° . Вычислите объем призмы.

B3 (3 балла) Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 3, \\ 5^{x+3y} = \frac{1}{5} \end{cases}$

B4 (3 балла) Приведите пример пятизначного натурального числа, кратного 12, произведение цифр которого равно 24. Если таких чисел несколько, то в ответе укажите наименьшее из них.

ВАРИАНТ №3

Обязательная часть

A1 (1 балл) Для ремонта квартиры требуется 43 рулона обоев. Какое минимальное количество пачек клея для обоев нужно купить, если 1 пачка клея рассчитана на 5 рулонов?

A2 (1 балл) Найдите площадь параллелограмма, если длина одной из его сторон равна 8, длина другой равна 15, а один из углов равен 30° .

A3 (1 балл) Вычислите координаты точки пересечения прямых:

$$x - 2y = 4 \text{ и } x + y = 4$$

A4 (1 балл) Вычислите: $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$

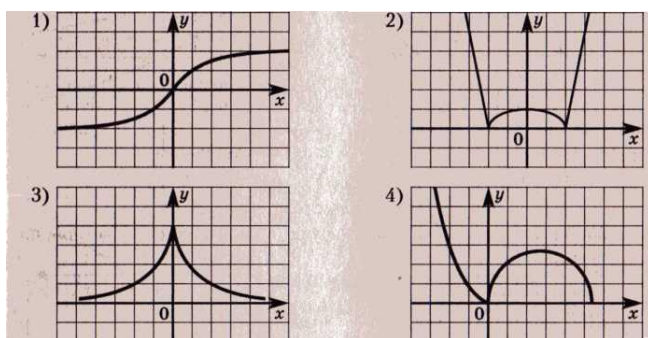
A5 (1 балл) Найдите $\sin x$, если $\cos x = -\frac{5}{13}$ и $x \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$

A6 (1 балл) Решите уравнение: $3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36$

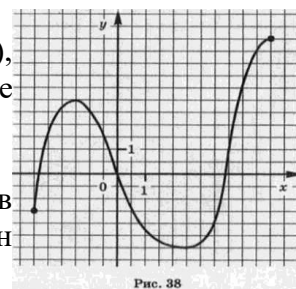
A7. (1 балл) Найдите значение выражения: $\log_5 22 - \log_5 11 - \log_5 10$

A8 (1 балл) Решите уравнение: $\log_3(2x - 1) = 2$

A9 (1 балл) Укажите график нечетной функции. В ответе кратко поясните, почему.



A10 (1 балл) Используя график функции $y = f(x)$ (см. рис. 38), определите и запишите в ответе наименьшее и наибольшее значение.



A11 (1 балл) В среднем из 50 аккумуляторов, поступивших в продажу, 5 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется неисправным.

A12 (1 балл) Решениями каждого из четырех неравенств в левом столбце является одно из множеств в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

а) $\log_3 x > 1$	1) $x > 3,5$
б) $4^{3-x} < 0,5$	2) $x < 2$
в) $(x - 3)(x - 5) < 0$	3) $x > 3$
г) $\frac{(x-4)^2}{x-2} < 0$	4) $3 < x < 5$

Ответ оформите в виде таблицы

А	Б	В	Г

A13 (1 балл) Независимая экспертная лаборатория определяет рейтинг пароварок на основе коэффициента ценности, равного 0,01 средней цены P (в рублях), показателей функциональности F , качества Q и дизайна D . Рейтинг R вычисляется по формуле $R = 3(F + Q) + D - 0,01P$.

В таблице даны цены и показатели четырех моделей пароварок.

Модель пароварки	Цена пароварки (руб. за шт.)	Функциональность	Качество	Дизайн
А	1300	1	1	1
Б	2500	3	3	4
В	3200	4	2	3
Г	2200	2	2	3

Найдите наивысший рейтинг пароварки из представленных в таблице моделей.

A14. (1 балл) Найдите производную функции: $y = \ln x \cdot \cos 3x$

A15 (1 балл) Найдите область определения функции: $y = \log_2(x^2 - 3x)$

A16 (1 балл) Решите уравнение: $\sqrt{x+9} = 5$

A17 (1 балл) Решите уравнение: $2\cos x + \sqrt{2} = 0$

A18 (1 балл) В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 8, а длина бокового ребра равна 6. Найдите высоту пирамиды.

Дополнительная часть

B1 (3 балла) Найдите точки экстремума функции: $y = 2x^3 - 3x^2 + 5$

B2 (3 балла) В основании прямой призмы — ромб; диагонали призмы составляют с плоскостью основания углы 30° и 60° ; высота призмы равна 6 см. Найдите объем призмы.

B3. (3 балла) Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} x + 2y = 3, \\ 4^{x-3y-2,5} = 2 \end{cases}$$

B4 (3 балла) Приведите пример четырехзначного натурального числа, кратного 65, сумма цифр которого ровно в 18 раз меньше их произведения. Если таких чисел несколько, то в ответе укажите наибольшее из них.

ВАРИАНТ №4

Обязательная часть

A1 (1 балл) Для ремонта бассейна необходимо 104 квадратных метра кафельной плитки. Какое минимальное количество пачек клея для кафельной плитки нужно купить, если 1 пачка клея рассчитана на 9 квадратных метров плитки?

A2 (1 балл) Найдите площадь треугольника, стороны которого равны $9\sqrt{2}$ и 14, а угол между этими сторонами равен 135° .

A3 (1 балл) Вычислите координаты точки пересечения прямых:

$$x + y = 4 \text{ и } 7x - 5y = -8$$

A4 (1 балл) Вычислите: $16^{5/4} - \left(\frac{1}{9}\right)^{-1/2} + 27^{2/3}$

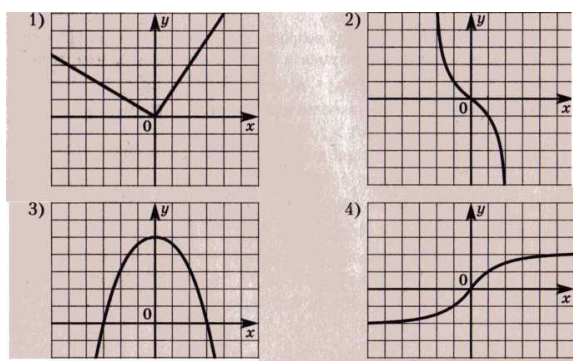
A5 (1 балл) Найдите $\cos x$, если $\sin x = \frac{12}{13}$ и $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A6 (1 балл) Решите уравнение: $36 \cdot 216^{3x+1} = 1$

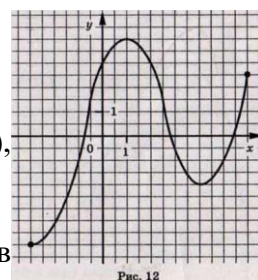
A7. (1 балл) Найдите значение выражения: $\log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36$

A8 (1 балл) Решите уравнение: $\log_2(x + 3) = 4$

A9 (1 балл) Укажите график четной функции. В ответе кратко поясните, почему.



A10 (1 балл) Используя график функции $y = f(x)$ (см. рис. 12), определите и запишите в ответе наименьшее и наибольшее значение.



A11 (1 балл) В среднем из 150 аккумуляторов, поступивших в продажу, 9 неисправны. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется неисправным.

A12 (1 балл) Решениями каждого из четырех неравенств в левом столбце является одно из множеств в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

а) $(x - 30)(x - 25) < 0$	1) $25 < x < 30$
б) $\log_{\frac{1}{5}}(x - 5) < -2$	2) $x < 25$
в) $(0,2)^{2x-52} > 25$	3) $x > 30$
г) $\frac{(25-x)^2}{x-30} \leq 0$	4) $x < 30$

Ответ оформите в виде таблицы

А	Б	В	Г

A13 (1 балл) Для обслуживания международного семинара необходимо собрать группу переводчиков. Сведения о кандидатах представлены в таблице.

Переводчики	Языки	Стоимость услуг (рублей в день)
1	Немецкий, испанский	8000
2	Английский, немецкий	7000
3	Английский	4000
4	Английский, французский	7000

5	Французский	3000
6	Испанский	4000

Пользуясь таблицей, соберите хотя бы одну группу, в которой переводчики вместе владеют четырьмя иностранными языками: английским, немецким, французским и испанским, а суммарная стоимость их услуг не превышает 14000 рублей в день. В ответе для собранной группы укажите номера переводчиков без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

A14. (1 балл) Найдите производную функции: $y = \log_3 x \cdot \sin 2x$

A15 (1 балл) Найдите область определения функции: $y = \log_{0,1}(12x - x^2)$

A16 (1 балл) Решите уравнение: $\sqrt{x-3} = 2$

A17 (1 балл) Решите уравнение: $2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sqrt{2}$

A18 (1 балл) В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна $8\sqrt{2}$, а длина бокового ребра равна $4\sqrt{5}$. Найдите высоту пирамиды.

Дополнительная часть

B1 (3 балла) Найдите точки экстремума функции: $y = 3x^3 + 6x^2 - 5x$

B2 (3 балла) В основании прямой призмы лежит трапеция. Площади параллельных боковых граней призмы равны 8см^2 и 12см^2 , а расстояние между ними равно 5см. Найдите объем призмы.

B3 (3 балла) Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} y - x = 7, \\ 3^{x+2(y-1)} = 27 \end{cases}$$

B4 (3 балла) Приведите пример четырехзначного натурального числа, кратного 45, сумма цифр которого на 1 меньше их произведения. Если таких чисел несколько, то в ответе укажите наименьшее из них.

II. СИСТЕМА ОЦЕНИВАНИЯ

Текущего контроля

- «5» - Работа должна быть выполнена правильно и в полном объеме 90-100% выполнения
- «4» - Работа выполнена правильно, но имеются недочеты 80-89% выполнения
- «3» - Работа выполнена правильно, но имеются ошибки 50-79% выполнения

Выполнения индивидуальных заданий у доски

Ответ оценивается отметкой «5», если обучающийся:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость использованных при ответе умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя.

Возможны одна – две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается отметкой «4», если он удовлетворен в основном требованиями на отметку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математического содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;
- допущены ошибки или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Отметка «3» ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала (определенные «Требованиями к математической подготовке учащихся»);
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий и, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ученик не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность умений и навыков.

Отметка «2» ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание учеником большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя;
- ученик обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

Промежуточной аттестации

Обязательная часть

Верное выполнение каждого задания обязательной части (A1–A18) оценивается 1 баллом.

Если допущена одна ошибка, то ответ оценивается в 0,5 балла. Если допущены две и более ошибки или ответа нет, то выставляется 0 баллов.

Дополнительная часть

Критерии оценивания	Баллы
	Максимальный балл - 3
Получил правильный ответ и привел полное его обоснование	3 балла

Получил правильный ответ, но решение имеет незначительные недочеты, или в процессе решения допущена ошибка вычислительного или логического характера	2 балла
Существенно приблизился к правильному конечному результату или в результате нашел лишь часть правильного ответа	
Решение начато ложным путем, но в дальнейшем отдельные этапы решения выполнены правильно (выполнены тождественные преобразования, решено простейшее уравнение и т.д.)	1 балл
Решение не соответствует ни одному из приведенных выше критериев	0 баллов

Оценка	Число баллов, необходимое для получения оценки
«3» (удовлетворительно)	8–14,9
«4» (хорошо)	15–20,9 (не менее одного задания из дополнительной части)
«5» (отлично)	21–30 (не менее двух заданий из дополнительной части)

III. ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ

Раздел 2. Корни, степени и логарифмы

Контрольная работа по теме: «Корни и степени»

ЭТАЛОН

I вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: $2,3(5)$ $x = 2,3555\dots$ $10x = 23,555\dots$ $100x = 235,555\dots$ $90x = 212$ $x = \frac{212}{90} = 2\frac{16}{45}$ $2,3(5) = 2\frac{16}{45}$ Ответ: $2\frac{16}{45}$	3
2	Вычислить: $\frac{7}{3}\sqrt{6} \cdot \sqrt{54} = \frac{7}{3}\sqrt{6 \cdot 54} = \frac{7}{3}\sqrt{324} = \frac{7}{3} \cdot 18 = 42$ Ответ: 42	3

3	Вычислить: $\frac{(7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}})^{-5}}{7^{-3}} = \frac{7^{-5}}{7^{-3}} = 7^{-2} = \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49}$ Ответ: $\frac{1}{49}$	3
4	Упростите выражение: $\left(\frac{1}{a^{\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} \cdot a^{\sqrt{2}+1} = \frac{1}{a} \cdot a^{\sqrt{2}+1} = \frac{a^{\sqrt{2}} \cdot a}{a} = a^{\sqrt{2}}$ Ответ: $a^{\sqrt{2}}$	3
5	Решите уравнение: $8^{3x+1} = 8^5$ $3x + 1 = 5$ $3x = 4$ $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$ Ответ: $x = 1\frac{1}{3}$	3
6	$\frac{10^{\frac{1}{2}}}{5^{\frac{3}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{40^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{5}{2}}}{9^{\frac{1}{6}}} = \frac{(10 \cdot 40)^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}} \cdot 5^{\frac{5}{2} - \frac{1}{2}} = \frac{400^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{2}}} \cdot 5 = \frac{20^{2 \cdot \frac{1}{2}}}{3^{2 \cdot \frac{1}{2}}} \cdot 5 =$ $= \frac{20 \cdot 5}{3} = \frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$ Ответ: $33\frac{1}{3}$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 2,1(7) $x = 2,1777...$ $10x = 21,777...$ $100x = 217,777...$ $90x = 196$ $x = \frac{196}{90} = 2\frac{16}{90} = 2\frac{8}{45}$ $2,1(7) = 2\frac{8}{45}$ Ответ: $2\frac{8}{45}$	3
2	Вычислить: $\frac{5}{3}\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \frac{5}{3}\sqrt{75 \cdot 3} = \frac{5}{3}\sqrt{225} = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ Ответ: 25	3
3	Вычислить: $\frac{6^{-4}}{(6^{-\frac{3}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{5}})^5} = \frac{6^{-4}}{\left(6^{-\frac{2}{5}}\right)^5} = \frac{6^{-4}}{6^{-2}} = 6^{-2} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}$ Ответ: $\frac{1}{36}$	3
4	Упростите выражение: $(b^{\sqrt{3}+1})^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{1}{b^{4+\sqrt{3}}} = \frac{b^{(\sqrt{3}+1)^2}}{b^{4+\sqrt{3}}} = \frac{b^{3+2\sqrt{3}+1}}{b^{4+\sqrt{3}}} =$ $= \frac{b^{4+2\sqrt{3}}}{b^{4+\sqrt{3}}} = \frac{b^4 \cdot b^{2\sqrt{3}}}{b^4 \cdot b^{\sqrt{3}}} = b^{2\sqrt{3}-\sqrt{3}} = b^{\sqrt{3}}$ Ответ: $b^{\sqrt{3}}$	3
5	Решите уравнение: $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{2}-1}$ $4 = \frac{x}{2} - 1$ $5 = \frac{x}{2}$	3

	$x = 10$	
	Ответ: $x = 10$	
6	$\frac{7^{\frac{3}{2}} \cdot 27^{\frac{1}{12}}}{16^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{27^{\frac{1}{4}}}{7^{\frac{1}{2}} \cdot 16^{\frac{1}{6}}} = 7^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot \frac{27^{\frac{1}{12} + \frac{1}{4}}}{16^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}} = 7 \cdot \frac{27^{\frac{1}{3}}}{16^{\frac{1}{2}}} = 7 \cdot \frac{3^{\frac{1}{3}}}{4^{\frac{1}{2}}} =$ $= \frac{7 \cdot 3}{4} = \frac{21}{4} = 5,25$ Ответ: 5,25	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь: 3,3(4) $x = 3,3444\dots$ $10x = 33,444\dots$ $100x = 334,444\dots$ $90x = 301$ $x = \frac{301}{90} = 3\frac{31}{90}$ $3,3(4) = 3\frac{31}{90}$ Ответ: $3\frac{31}{90}$	3
2	Вычислить: $\frac{7}{3}\sqrt{27} \cdot \sqrt{3} = \frac{7}{3}\sqrt{27 \cdot 3} = \frac{7}{3}\sqrt{81} = \frac{7}{3} \cdot 9 = 21$ Ответ: 21	3
3	Вычислить: $\left(2^{-\frac{1}{7}}\right)^{1,4} \cdot 4^{0,1} = 2^{-\frac{1,4}{7}} \cdot 2^{0,2} = 2^{-\frac{1}{5}} \cdot 2^{\frac{1}{5}} = 2^0 = 1$ Ответ: 1	3
4	Упростите выражение: $x^{-2\sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1}{x^{-\sqrt{2}-1}}\right)^{\sqrt{2}+1} = \frac{x^{-2\sqrt{2}}}{x^{(-\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}} =$ $= \frac{x^{-2\sqrt{2}}}{x^{-(\sqrt{2}+1)^2}} = x^{-2\sqrt{2}+(\sqrt{2}+1)^2} = x^{-2\sqrt{2}+2+2\sqrt{2}+1} = x^3$ Ответ: x^3	3
5	Решите уравнение: $6^{2x} = 6^{\frac{1}{5}}$ $2x = \frac{1}{5}$ $x = \frac{1}{10}$ Ответ: $x = 0,1$	3
6	Вычислить: $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}} = 5^{\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{12} + \frac{1}{4}}}{9^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}} = 5 \cdot \frac{8^{\frac{1}{3}}}{9^{\frac{1}{2}}} =$ $= 5 \cdot \frac{2^{3 \cdot \frac{1}{3}}}{3^{2 \cdot \frac{1}{2}}} = 5 \cdot \frac{2}{3} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ Ответ: $3\frac{1}{3}$	3
ИТОГО:		21

IV вариант

№	задание	баллы
1	Записать в виде обыкновенной дроби бесконечную десятичную дробь:	3

	$2,5(2)$ $x = 2,5222\dots$ $10x = 25,222\dots$ $100x = 252,222\dots$ $90x = 227$ $x = \frac{227}{90} = 2\frac{47}{90}$ $2,5(2) = 2\frac{47}{90}$ Ответ: $2\frac{47}{90}$	
2	Вычислить: $\frac{4}{5}\sqrt{5} \cdot \sqrt{45} = \frac{4}{5}\sqrt{5 \cdot 45} = \frac{4}{5}\sqrt{225} = \frac{4}{5} \cdot 15 = 12$ Ответ: 12	3
3	Вычислить: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-7} \div \left(\frac{3}{2}\right)^{10} = \left(\frac{3}{2}\right)^7 \div \left(\frac{3}{2}\right)^{10} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$ Ответ: $\frac{8}{27}$	3
4	Упростите выражение: $\left(\frac{a^{\sqrt{3}}}{b^{\sqrt{3}-1}}\right)^{\sqrt{3}+1} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = \frac{a^{3+\sqrt{3}}}{b^2} \cdot \frac{a^{-1-\sqrt{3}}}{b^{-2}} = \frac{a^{3+\sqrt{3}-1-\sqrt{3}}}{b^0} = a^2$ Ответ: a^2	3
5	Решите уравнение: $7^{3x} = 7^{10}$ $3x = 10$ $x = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$ Ответ: $x = 3\frac{1}{3}$	3
6	Вычислить: $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{\frac{2}{7^{\frac{1}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{\frac{1}{6}}} = \frac{(12 \cdot 3)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{8^{\frac{1}{2} + \frac{1}{6}}}} \cdot 7^{\frac{5}{3} - \frac{2}{3}} = \frac{36^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{8^{\frac{2}{3}}}} \cdot 7 = \frac{6^{2 \cdot \frac{1}{2}}}{2^{3 \cdot \frac{2}{3}}} \cdot 7 =$ $= \frac{6}{2^2} \cdot 7 = \frac{6}{4} \cdot 7 = \frac{42}{4} = 10,5$ Ответ: 10,5	3
ИТОГО:		18

Раздел 3. Прямые и плоскости в пространстве

Контрольная работа по теме: «Прямые и плоскости в пространстве»

ЭТАЛОН

I вариант

Ответить на вопросы теста:

1. свойства фигур в пространстве

2. Установите соответствие между названием геометрического тела и его изображением:

название	номер фигуры
а) конус	1
б) шар	2
в) куб	5

3. Установите соответствие между утверждением и номером рисунка:

утверждение	номер рисунка
а) прямые a и b параллельны	3
б) прямая AB пересекает плоскость α	4
в) прямая AB лежит в плоскости α	2
г) прямые a и b перпендикулярны	1

4. Установите соответствие по рисунку:

утверждение	буква ответа
-------------	--------------

1) перпендикуляр, проведенный из точки A к плоскости α ;	a
2) основание наклонной;	c
3) проекция наклонной на плоскость	d

5. Определите по рисунку:

1. Взаимное расположение прямых:		2. Взаимное расположение прямых и плоскостей:	
<i>скрещиваются</i>	<i>параллельны</i>	<i>параллельны</i>	<i>пересекаются</i>

Решите задачи:

№ 1.

ДАНО: $DABC$ – тетраэдр,
 $ADB = 52^\circ$, $BDC = 70^\circ$,
 $CDA = 90^\circ$, $BD = 16$ см,
 $DA = 18$ см, $DC = 19$ см.
НАЙТИ: S_{ADB} , S_{BDC} , S_{CDA} .

РЕШЕНИЕ:

$$S_{ADB} = 1/2 \cdot AD \cdot BD \cdot \sin 52^\circ$$

$$S_{ADB} = 1/2 \cdot 18 \cdot 16 \cdot 0,79 = 113,76 \text{ см}^2$$

$$S_{BDC} = 1/2 \cdot CD \cdot BD \cdot \sin 70^\circ$$

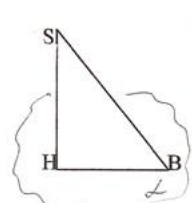
$$S_{BDC} = 1/2 \cdot 19 \cdot 16 \cdot 0,94 = 142,88 \text{ см}^2$$

$$S_{CDA} = 1/2 \cdot AD \cdot CD \cdot \sin 90^\circ$$

$$S_{CDA} = 1/2 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 1 = 171 \text{ см}^2$$

№ 2.

Дано: SB – наклонная,
 $SB = 8$ см, $\angle SBH = 45^\circ$.
Найти: BH
Решение: Проведем из точки S перпендикуляр на плоскость α , тогда BH – искомая проекция.
 $\triangle SBH$ – прямоугольный



т.к. $\angle SBH = 45^\circ$, то $\angle BSH = 45^\circ$, $\Rightarrow$
 $\triangle SBH$ – $p/6 \Rightarrow SH = HB = x$, по т.
 Пифагора $SB^2 = SH^2 + HB^2$,
 $64 = x^2 + x^2$
 $64 = 2x^2$
 $x^2 = 32$
 $x = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ см.

Ответ: $BH = 4\sqrt{2}$ см.

II вариант

Ответить на вопросы теста:

1. точки, прямые, плоскости

2. Установите соответствие между названием геометрического тела и его изображением:

название	номер фигуры
а) пирамида	6
б) цилиндр	3
в) параллелепипед	4

3. Установите соответствие между утверждением и номером рисунка:

утверждение	номер рисунка
а) прямые a и b скрещиваются	2
б) прямая AB не пересекает плоскость α	1
в) прямые a и b пересекаются	4
г) прямая AB перпендикулярна плоскости α	3

4. Установите соответствие по рисунку:

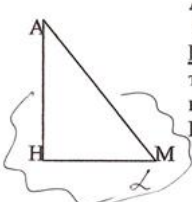
утверждение	буква ответа
1) расстояние от точки до плоскости;	a
2) основание перпендикуляра;	b
3) наклонная, проведенная из точки A к плоскости α	c

5. Определите по рисунку:

1. Взаимное расположение прямых:	2. Взаимное расположение прямых и
----------------------------------	-----------------------------------

		плоскостей:	
скрещиваются	пересекаются	пересекаются	параллельны

Решите задачи:

№ 1. <u>ДАНО</u>: DABC – тетраэдр, $\angle ADB = 56^\circ$, $\angle BDC = 74^\circ$, $\angle CDA = 90^\circ$, $BD = 20$ см, $DA = 22$ см, $DC = 23$ см. <u>НАЙТИ</u>: S_{ADB}, S_{BDC}, S_{CDA}. <u>РЕШЕНИЕ</u>: $S_{ADB} = 1/2 \cdot AD \cdot BD \cdot \sin 56^\circ$ $S_{ADB} = 1/2 \cdot 22 \cdot 20 \cdot 0,83 = 182,6$ см² $S_{BDC} = 1/2 \cdot CD \cdot BD \cdot \sin 74^\circ$ $S_{BDC} = 1/2 \cdot 23 \cdot 20 \cdot 0,96 = 220,8$ см² $S_{CDA} = 1/2 \cdot AD \cdot CD \cdot \sin 90^\circ$ $S_{CDA} = 1/2 \cdot 22 \cdot 23 \cdot 1 = 253$ см²	№ 2. <u>Дано</u>: AM – наклонная, $AM = 8$ дм, $\angle AMH = 30^\circ$. <u>Найти</u>: MH <u>Решение</u>: Проведем из точки A перпендикуляр на плоскость α, тогда NH – искомая проекция. $\triangle AMH$ – прямоугольный  т.к. $\angle AMH = 30^\circ$, то $AH = 1/2 AM = 4$ дм. По т. Пифагора $AM^2 = HM^2 + AH^2 \Rightarrow$ $HM = \sqrt{AM^2 - AH^2}$ $HM = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ дм <u>Ответ</u>: $HM = 4\sqrt{3}$ дм.
---	---

Раздел 6. Основы тригонометрии

Контрольная работа по теме: «Основы тригонометрии»

ЭТАЛОН

I вариант	II вариант
н1 Вычислить а) $\cos 480^\circ = \cos(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ б) $\sin \frac{13\pi}{6} = \sin(2\pi + \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ н2 Вычислить: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ Решение: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 1) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ 2) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$ 3) $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{144}{169}} = -\sqrt{\frac{25}{169}} = -\frac{5}{13}$ Ответ: $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ н3 Упростить выражение: а) $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta - \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \sin \beta$ б) $\frac{\sin(\alpha + \cos(\pi + \alpha))}{1 + 2 \cos(\frac{\pi}{2} - \alpha) \cos(\alpha - \alpha)} = \frac{-\sin \alpha - \cos \alpha}{1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha} = \frac{-(\sin \alpha + \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{-(\sin \alpha + \cos \alpha)}{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2} = -\frac{1}{\sin \alpha + \cos \alpha}$ н4 Докажите тождество: $\cos^2(1 + \tan^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \alpha$ $\cos^2(1 + \tan^2 \alpha) - \sin^2 \alpha = \cos^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1 + \cos^2 \alpha = 1 + \cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha$ т.е. г. н5 Вычислить: $\sin \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ 1) $\sin \alpha = \pm \sin \alpha$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 2) $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ 3) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ (III кв), то $\cos \alpha < 0$ 4) $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{225}{289}} = -\sqrt{\frac{64}{289}} = -\frac{8}{17}$ 5) $\sin \alpha = 2 \cdot (-\frac{15}{17}) \cdot (-\frac{8}{17}) = \frac{240}{289}$ Ответ: $\sin \alpha = \frac{240}{289}$	н1 Вычислить а) $\sin 480^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\cos \frac{13\pi}{6} = \cos(2\pi + \frac{\pi}{6}) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ н2 Вычислить: $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ 1) $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 2) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ (III кв), то $\cos \alpha < 0$. 3) $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\sqrt{\frac{9}{25}} = -\frac{3}{5}$ Ответ: $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$ н3 Упростить выражение: а) $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta = 2 \sin \alpha \cos \beta$ б) $\frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \alpha) + \sin(2\pi + \alpha)}{2 \cos(\alpha) \sin(\alpha) + 1} = \frac{-\cos \alpha + \sin \alpha}{-2 \cos \alpha \sin \alpha + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{(\sin \alpha - \cos \alpha)^2} = \frac{1}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ н4 Докажите тождество: $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \tan \alpha \cdot \cos \alpha = \cos \alpha$ $\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \cos \alpha = \frac{(\cos \alpha - \sin \alpha)(\cos \alpha + \sin \alpha) - \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = \frac{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha} = 1$ т.е. г. н5 Вычислить $\cos \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ 1) $\cos \alpha = \pm \cos \alpha$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 2) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ 3) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ (III кв), то $\sin \alpha < 0$ 4) $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$ 5) $\cos \alpha = \frac{25}{169} - \frac{144}{169} = -\frac{119}{169}$ Ответ: $\cos \alpha = -\frac{119}{169}$
III вариант	IV вариант

а) $\sin 300^\circ = \sin(180^\circ + 120^\circ) = -\sin 120^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \operatorname{tg}\left(\pi - \frac{\pi}{3}\right) = -\operatorname{tg}\frac{\pi}{3} = -\sqrt{3}$ в) Выпишем: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -0,6$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ $\cos \alpha = -0,6$ Решение: $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ 1) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ 2) т.к. $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$, то $\sin \alpha > 0$ 3) $\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = \sqrt{0,64} = 0,8$ Ответ: $\sin \alpha = 0,8$ г) Числитель выражения: $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) \cos \beta = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta = \cos \alpha \sin \beta$ 1) $\sin(\pi + \alpha) + \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) = -\sin \alpha - \sin \alpha = -2\sin \alpha$ д) Докажите тождество: $3\cos 2\alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha = 2\cos \alpha$ $3\cos 2\alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha = 3\cos^2 \alpha - 3\sin^2 \alpha + \sin 2\alpha - \cos^2 \alpha =$ $= 2\cos^2 \alpha - 2\sin^2 \alpha = 2\cos 2\alpha$ $2\cos 2\alpha = 2\cos \alpha$ з.т. е) Выпишем: $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{5}{13}$ Решение: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 1) $\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cos \alpha$ 2) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ 3) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$ 4) $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\sqrt{\frac{144}{169}} = -\frac{12}{13}$ 5) $\sin 2\alpha = 2 \cdot \left(-\frac{12}{13}\right) \cdot \left(-\frac{5}{13}\right) = \frac{120}{169}$ Ответ: $\sin 2\alpha = \frac{120}{169}$	н) Выпишем: $\cos \alpha$ а) $\cos(-210^\circ) = \cos 210^\circ = \cos(180^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ б) $\operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} = 1$ в) Выпишем: $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\cos \alpha = -\frac{12}{13}$ 1) $\sin \alpha = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \alpha}$ $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 2) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\sin \alpha < 0$ 3) $\sin \alpha = -\sqrt{1 - \frac{144}{169}} = -\sqrt{\frac{25}{169}} = -\frac{5}{13}$ Ответ: $\sin \alpha = -\frac{5}{13}$ г) Числитель выражения: $\cos(\alpha - \beta) \sin \beta - \sin(\alpha - \beta) = -\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \alpha \cos \beta$ д) $\sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha - \cos \alpha = -2\cos \alpha$ е) Докажите тождество: $\sin 5\alpha - \sin 3\alpha = \sin \alpha$ $\frac{\sin 5\alpha - \sin 3\alpha}{2\cos 4\alpha} = \frac{2\cos \frac{5\alpha + 3\alpha}{2} \sin \frac{5\alpha - 3\alpha}{2}}{2\cos 4\alpha} = \frac{2\cos 4\alpha \sin \alpha}{2\cos 4\alpha} = \sin \alpha$ $\sin 5\alpha - \sin 3\alpha = \sin \alpha$ з.т. ж) Выпишем: $\cos 2\alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ $\sin \alpha = -\frac{15}{17}$ Решение: $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 1) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$ 2) $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$ 3) т.к. $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$, то $\cos \alpha < 0$ 4) $\cos \alpha = -\sqrt{1 - \frac{225}{289}} = -\sqrt{\frac{64}{289}} = -\frac{8}{17}$ 5) $\cos 2\alpha = \frac{64}{289} - \frac{225}{289} = -\frac{161}{289}$ Ответ: $\cos 2\alpha = -\frac{161}{289}$
--	---

Раздел 7. Функции и графики

Раздел 12. Уравнения и неравенства

Контрольная работа по теме: «Степенная функция»

ЭТАЛОН

СТАДИОН																								
задание	I вариант				II вариант				III вариант				IV вариант											
1	А		Б		В				А		Б		В				А		Б		В			
	3		1		2				2		3		1				2		3		1			
баллы	3				3				3				3											
2	$y = x^4 + 3$				$y = x^4 - 2$				$y = \frac{x^2 - 4x + 9}{2}$				$y = \frac{x^2 + 4x - 3}{2}$											
баллы	3				3				3				3											
3а	$x = -1,31$				$x = 2,78$				$x = 1,63$				$x = 0$											
баллы	3				3				3				3											
3б	$x = 2; x = -\frac{1}{3}$				$x = 1; x = -\frac{1}{2}$				$x = -3$				$x = 2,38$											
баллы	3				3				3				3											
3в	$x = 0$				$x = 3$				$x = 4$				$x = 19$											
баллы	3				3				3				3											
4	$x \in [0,8; 2]$				$x \in (-\infty; -1) \cup [0; +\infty)$				$x \in (-2\frac{4}{11}; -2] \cup [5; +\infty)$				$x \in (-\infty; -4] \cup [2; 2,4)$											
баллы	3				3				3				3											
ИТОГО:	18				18				18				18											

Контрольная работа по теме: «Показательная функция»

ЭТАЛОН

I вариант

1. Решите уравнения:

а) $27^{3x} = \frac{1}{3}$ $3^{9x} = 3^{-1}$ $9x = -1$ $x = -\frac{1}{9}$ Ответ: $x = -\frac{1}{9}$ 3 балла	б) $5 \cdot 5^{2x} - 5^x - 4 = 0$ $5^x = t$ $5t^2 - t - 4 = 0$ $D = 1 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 81$ $t_1 = \frac{1+9}{10} = 1;$ $t_2 = \frac{1-9}{10} = -0,8$ $5^x = 1 \quad 5^x = -0,8$ $x = 0$ решений нет Ответ: $x = 0$ 3 балла	в) $2^{x+3} + 2^{x+1} - 7 \cdot 2^x = 48$ $2^x(8 + 2 - 7) = 48$ $2^x \cdot 3 = 48$ $2^x = 16$ $2^x = 2^4$ $x = 4$ Ответ: $x = 4$ 3 балла
---	---	--

2. Решите неравенства:

а) $(0,2)^{x^2+6x-7} \geq 1$ $(0,2)^{x^2+6x-7} \geq (0,2)^0$ $x^2 + 6x - 7 \geq 0$ $x^2 + 6x - 7 = 0$ $x_1 + x_2 = -6$ $x_1 \cdot x_2 = -7$ $x_1 = -7; x_2 = 1$ Ответ: $x \in [-7; 1]$ 3 балла	б) $\left(\frac{1}{27}\right)^{2-x} > 9^{2x-1}$ $3^{-3(2-x)} > 3^{2(2x-1)}$ $-6 + 3x > 4x - 2$ $3x - 4x > -2 + 6$ $-x > 4$ $x < -4$ Ответ: $x < -4$ 3 балла
--	--

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x - y = 4, \\ 5^{x+y} = 25 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + y \\ 5^{x+y} = 5^2 \end{cases}$$

$$5^{4+y+y} = 5^2$$

$$4 + 2y = 2$$

$$2y = -2$$

$$y = -1 \quad x = 4 - 1 = 3$$

Ответ: (3; -1) 3 балла

ИТОГО: 18 баллов

II вариант

1. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{1}{25}\right)^{4x} = 5$ $5^{-8x} = 5$ $-8x = 1$ $x = -\frac{1}{8}$ Ответ: $x = -\frac{1}{8}$ 3 балла	б) $9^x - 3^x - 6 = 0$ $3^x = t$ $t^2 - t - 6 = 0$ $t_1 + t_2 = 1$ $t_1 \cdot t_2 = -6$ $t_1 = 3, \quad t_2 = -2$ $3^x = 3 \quad 3^x = -2$ $x = 1$ решений нет Ответ: $x = 1$ 3 балла	в) $5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 155$ $5^{x-1}(25 + 5 + 1) = 155$ $5^{x-1} \cdot 31 = 155$ $5^{x-1} = 5$ $x - 1 = 1$ $x = 2$ Ответ: $x = 2$ 3 балла
--	---	--

2. Решите неравенства:

$\begin{aligned} \text{а) } 0,3^{x^2-6x} &\geq 0,3^x \\ x^2 - 6x &\leq x \\ x^2 - 7x &\leq 0 \\ x^2 - 7x &= 0 \\ x(x-7) &= 0 \\ x = 0 \quad x - 7 &= 0 \\ x &= 7 \\ \text{Ответ: } x &\in [0; 7] \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{б) } \left(\frac{1}{25}\right)^{2-x} &< 125^{x+1} \\ 5^{-2(2-x)} &< 5^{3(x+1)} \\ -4 + 2x &< 3x + 3 \\ 2x - 3x &< 3 + 4 \\ -x &< 7 \\ x &> -7 \\ \text{Ответ: } x &> -7 \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$
---	---

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = -2, \\ 6^{x+5y} = 36 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 - y \\ 6^{x+5y} = 6^2 \end{cases}$$

$$6^{-2-y+5y} = 6^2$$

$$-2 + 4y = 2$$

$$4y = 4$$

$$y = 1 \quad x = -2 - 1 = -3$$

Ответ: $(-3; 1)$ 3 балла

ИТОГО: 18 баллов

III вариант

1. Решите уравнения:

$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} &= 25 \\ \left(\frac{1}{5}\right)^{2-3x} &= \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} \\ 2 - 3x &= -2 \\ -3x &= -4 \\ x &= \frac{4}{3} \\ \text{Ответ: } x &= \frac{4}{3} \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{б) } 4^x + 2^x + 20 &= 0 \\ 2^x &= t \\ t^2 + t - 20 &= 0 \\ t_1 + t_2 &= -1 \\ t_1 \cdot t_2 &= -20 \\ t_1 = 4, \quad t_2 &= -5 \\ 2^x = 4 \quad 2^x &= -5 \\ 2^x = 2^2 \text{ решений нет} \\ x &= 2 \\ \text{Ответ: } x &= 2 \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{в) } 3^{2x} - 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{2x-2} &= 1 \\ 3^{2x-2}(9 - 6 - 2) &= 1 \\ 3^{2x-2} &= 1 \\ 3^{2x-2} &= 3^0 \\ 2x - 2 &= 0 \\ 2x &= 2 \\ x &= 1 \\ \text{Ответ: } x &= 1 \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$
--	---	---

2. Решите неравенства:

$\begin{aligned} \text{а) } \left(\frac{3}{4}\right)^{3x+5} &> 1\frac{1}{3} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^{3x+5} &> \frac{4}{3} \\ \left(\frac{3}{4}\right)^{3x+5} &> \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} \\ 3x + 5 &< -1 \\ 3x &< -6 \\ x &< -2 \\ \text{Ответ: } x &< -2 \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$	$\begin{aligned} \text{б) } (3,3)^{x^2+6x} &< 1 \\ (3,3)^{x^2+6x} &< (3,3)^0 \\ x^2 + 6x &< 0 \\ x^2 + 6x &= 0 \\ x(x+6) &= 0 \\ x = 0 \quad (x+6) &= 0 \\ x &= -6 \\ \text{Ответ: } x &\in (-6; 0) \\ &3 \text{ балла} \end{aligned}$
---	--

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 2^{x+y} = 32 \\ 3^{3y-x} = 27 \end{cases} \quad \begin{cases} 2^{x+y} = 2^5 \\ 3^{3y-x} = 3^3 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=5 \\ 3y-x=3 \end{cases} \quad \begin{cases} y=5-x \\ 3y-x=3 \end{cases}$$

$$3(5-x) - x = 3$$

$$15 - 3x - x = 3$$

$$-4x = -12$$

$$x = 3 \quad y = 5 - 3 = 2$$

Ответ: (3; 2) 3 балла

ИТОГО: 18 баллов

IV вариант

1. Решите уравнения:

а) $(0,1)^{2x-3} = 10$ $(0,1)^{2x-3} = (0,1)^{-1}$ $2x - 3 = -1$ $2x = 2$ $x = 1$ Ответ: $x = 1$ 3 балла	б) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$ $3^x = t$ $t^2 - 7t - 18 = 0$ $t_1 + t_2 = 7$ $t_1 \cdot t_2 = -18$ $t_1 = 9, \quad t_2 = -2$ $3^x = 3^2 \quad 3^x = -2$ $x = 2$ решений нет Ответ: $x = 2$ 3 балла	в) $4 \cdot 3^{x+2} + 5 \cdot 3^{x+1} - 6 \cdot 3^x = 5$ $3^x(4 \cdot 9 + 5 \cdot 3 - 6) = 5$ $3^x(36 + 15 - 6) = 5$ $3^x \cdot 45 = 5$ $3^x = \frac{5}{45}$ $3^x = \frac{1}{9}$ $3^x = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$ $x = -2$ Ответ: $x = -2$ 3 балла
--	---	---

2. Решите неравенства:

а) $\left(1\frac{1}{5}\right)^{4x+7} < \frac{5}{6}$ $\left(\frac{6}{5}\right)^{4x+7} < \left(\frac{6}{5}\right)^{-1}$ $4x + 7 < -1$ $4x < -8$ $x < -2$ Ответ: $x < -2$ 3 балла	б) $(1,7)^{x^2-x-12} > 1$ $(1,7)^{x^2-x-12} > (1,7)^0$ $x^2 - x - 12 > 0$ $x^2 - x - 12 = 0$ $x_1 + x_2 = 1$ $x_1 \cdot x_2 = -12$ $x_1 = -3; x_2 = 4$ Ответ: $x \in (-\infty; -3) \cup (4; +\infty)$ 3 балла
--	--

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} 5^{x+y} = 125 \\ 7^{2x-y} = 343 \end{cases} \quad \begin{cases} 5^{x+y} = 5^3 \\ 7^{2x-y} = 7^3 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3-y \\ 2x-y=3 \end{cases}$$

$$2(3-y) - y = 3$$

$$6 - 2y - y = 3$$

$$-3y = -3$$

$$y = 1 \quad x = 3 - 1 = 2$$

Ответ: (2; 1) 3 балла

ИТОГО: 18 баллов

Контрольная работа по теме: «Логарифмическая функция»

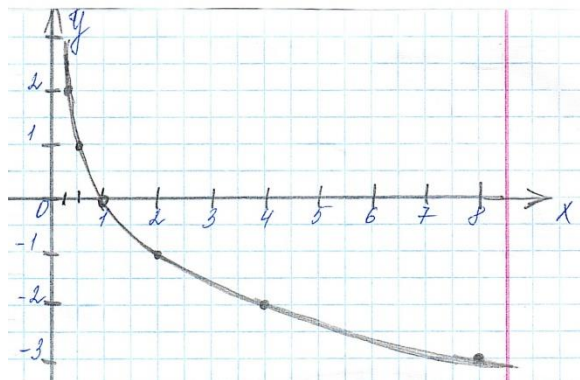
ЭТАЛОН

I вариант

1. Построить график функции $y = \log_{0,5} x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{4}$ до 8?

- Область определения функции $(0; +\infty)$
- Область значений множество $\mathbb{R}$ всех действительных чисел
- Т.к. $0 < 0,5 < 1$, то функция убывает

x	y
1	0
$\frac{1}{4}$	2
$\frac{1}{2}$	1
2	-1
4	-2
8	-3



При возрастании x от $\frac{1}{4}$ до 8 y - убывает

2. Вычислить:

а) $\log_{\frac{1}{2}} 16 = -4$	б) $5^{1+\log_5 3} = 5^1 \cdot 5^{\log_5 3} = 5 \cdot 3 = 15$	в) $\log_3 135 - \log_3 20 + 2 \log_3 6 = \log_3 \left(\frac{135}{20} \cdot 36 \right) = \log_3 243 = 5$
---------------------------------	---	---

3. Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4}$ и $\log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$

Т.к. $a = \frac{1}{2} < 1$, то функция $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ - убывает. $\frac{3}{4} < \frac{4}{5} \Rightarrow \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{4} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{4}{5}$

4. Решить уравнение:

а) $\log_5 (2x - 1) = 2$

ОДЗ: $2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}$$

$$2x - 1 = 5^2$$

$$2x = 26$$

$$x = 13$$

Ответ: $x = 13$

б) $\log_8 x + \log_{\sqrt{2}} x = 14$

ОДЗ: $x > 0$

$$\log_{2^3} x + \log_{2^{\frac{1}{2}}} x = 14$$

$$\frac{1}{3} \log_2 x + 2 \log_2 x = 14$$

$$\log_2 x^{\frac{1}{3}} + \log_2 x^2 = 14$$

Ответ: $x = 64$

$$\log_2 x^{\frac{1}{3}+2} = 14$$

$$\frac{7}{3} \log_2 x = 14$$

$$\log_2 x = 14 : \frac{7}{3}$$

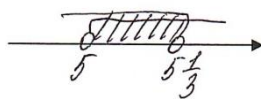
$$\log_2 x = 6$$

$$x = 2^6$$

$$x = 64$$

5. Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{3}} (x - 5) > 1$

$$\begin{cases} x - 5 > 0 \\ x - 5 < \frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x > 5 \\ x < 5\frac{1}{3} \end{cases}$$



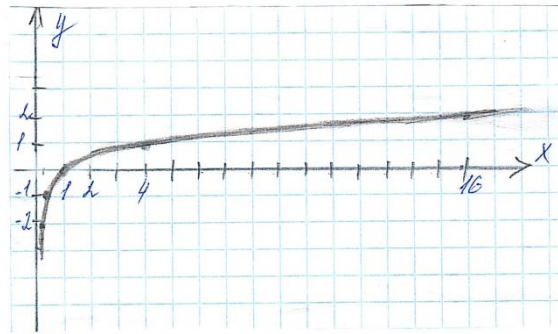
Ответ: $x \in (5; 5\frac{1}{3})$

II вариант

1. Построить график функции $y = \log_4 x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{4}$ до 16?

- Область определения функции $(0; +\infty)$
- Область значений множество $\mathbb{R}$ всех действительных чисел
- Т.к. $4 > 1$, то функция возрастает

x	y
1	0
$\frac{1}{4}$	-1
$\frac{1}{16}$	-2
4	1
16	2



При возрастании x от $\frac{1}{4}$ до 16 y - возрастает

2. Вычислить:

а) $\log_3 \frac{1}{27} = -3$	б) $\left(\frac{1}{3}\right)^{2 \log_{\frac{1}{3}} 7} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 7^2} = 7^2 = 49$	в) $\log_2 56 + 2 \log_2 12 - \log_2 63 = \log_2 \frac{56 \cdot 12^2}{63} = \log_2 128 = 7$
-------------------------------	---	---

3. Сравнить числа: $\log_{0,9} 1\frac{1}{2}$ и $\log_{0,9} 1\frac{1}{3}$

Т.к. $a = 0,9 < 1$, то функция $y = \log_{0,9} x$ – убывает. $1\frac{1}{2} > 1\frac{1}{3} \Rightarrow \log_{0,9} 1\frac{1}{2} < \log_{0,9} 1\frac{1}{3}$

4. Решить уравнение:

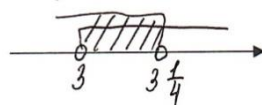
а) $\log_4(2x + 3) = 3$
 ОДЗ: $2x + 3 > 0 \Rightarrow$
 $x > -\frac{3}{2}$
 $2x + 3 = 4^3$
 $2x = 61$
 $x = 30,5$
Ответ: $x = 30,5$

б) $\log_{\sqrt{3}} x + \log_9 x = 10$
 ОДЗ: $x > 0$
 $\log_{3^{\frac{1}{2}}} x + \log_{3^2} x = 10$
 $2 \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = 10$
 $\log_3 x^2 + \log_3 x^{\frac{1}{2}} = 10$
Ответ: $x = 81$

$\log_3 x^{\frac{1}{2}+2} = 10$
 $\frac{5}{2} \log_3 x = 10$
 $\log_3 x = 10 : \frac{5}{2}$
 $\log_3 x = 4$
 $x = 3^4$
 $x = 81$

4. Решить неравенство: $\log_{\frac{1}{2}}(x - 3) > 2$

$\begin{cases} x - 3 > 0 \\ x - 3 < \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 3\frac{1}{4} \end{cases}$



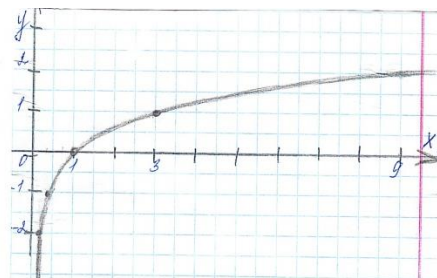
Ответ: $x \in (3; 3\frac{1}{4})$

III вариант

1. Построить график функции $y = \log_3 x$. Как изменяется y , когда x возрастает от $\frac{1}{3}$ до 9?

- Область определения функции $(0; +\infty)$
- Область значений множество $\mathbb{R}$ всех действительных чисел
- Т.к. $3 > 1$, то функция возрастает

x	y
1	0
$\frac{1}{3}$	-1
$\frac{1}{9}$	-2
3	1
9	2



При возрастании x от $\frac{1}{3}$ до 9 y - возрастает

2. Вычислить:

$$\text{а) } \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{32} = 5 \quad \text{б) } \left(\frac{1}{3}\right)^{6 \log_{\frac{1}{3}} 2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{\log_{\frac{1}{3}} 2^6} = \quad \text{в) } \frac{1}{2} \log_7 36 - \log_7 14 - 3 \log_7 \sqrt[3]{21} =$$

$$2^6 = 64 \quad \log_7 (36^{\frac{1}{2}} : 14 : (\sqrt[3]{21})^3) = \log_7 \frac{1}{49} = -2$$

3. Сравнить числа: $\log_3 1\frac{1}{5}$ и $\log_3 \frac{5}{6}$

Т.к. $a = 3 > 1$, то функция $y = \log_3 x$ – возрастает. $1\frac{1}{5} > \frac{5}{6} \Rightarrow \log_3 1\frac{1}{5} > \log_3 \frac{5}{6}$

4. Решить уравнение:

$$\text{а) } \log_{\frac{1}{2}}(7 - 8x) = -2$$

$$\text{ОДЗ: } 7 - 8x > 0$$

$$x < \frac{7}{8}$$

$$7 - 8x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$-8x = -3$$

$$x = \frac{3}{8} = 0,375$$

Ответ: $x = 0,375$

$$\text{б) } \log_3(x + 2) + \log_3 x = 1$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x + 2 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x > -2 \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{ОДЗ: } x > 0$$

$$\log_3(x + 2)x = 1$$

$$(x + 2)x = 3$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -2$$

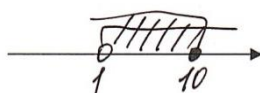
$$x_1 \cdot x_2 = -3$$

$$x_1 = -3; \quad x_2 = 1$$

Ответ: $x = 1$

5. Решить неравенство: $\log_3(x - 1) \leq 2$

$$\begin{cases} x - 1 > 0 \\ x - 1 \leq 3^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 1 \\ x \leq 10 \end{cases}$$

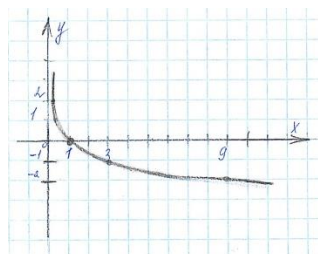


Ответ: $x \in (1; 10]$

IV вариант

- Построить график функции $y = \log_{\frac{1}{3}} x$. Как изменяется y , когда x убывает от 9 до $\frac{1}{3}$?
 - Область определения функции $(0; +\infty)$
 - Область значения множество $\mathbb{R}$ всех действительных чисел
 - Т.к. $0 < \frac{1}{3} < 1$, то функция убывает

x	y
1	0
$\frac{1}{3}$	1
$\frac{1}{9}$	2
3	-1
9	-2



При убывании x от 9 до $\frac{1}{3}$ y возрастает

- Вычислить:

а) $\log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$ б) $(5)^{-\log_5 3} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$ в) $4\log_{\frac{1}{2}} 3 - \frac{2}{3}\log_{\frac{1}{2}} 27 - 2\log_{\frac{1}{2}} 6 = \log_{\frac{1}{2}} 3^4 - \log_{\frac{1}{2}} 27^{\frac{2}{3}} - \log_{\frac{1}{2}} 6^2 = \log_{\frac{1}{2}} (81 : 9 : 36) = \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = 2$

- Сравнить числа: $\log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5}$ и $\log_{\frac{1}{3}} \frac{5}{6}$

Т.к. $a = \frac{1}{3} < 1$, то функция $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ – убывает. $\frac{6}{5} > \frac{5}{6} \Rightarrow \log_{\frac{1}{3}} \frac{6}{5} < \log_{\frac{1}{3}} \frac{5}{6}$

- Решить уравнение:

а) $\lg(x^2 - 2) = \lg x$ ОДЗ: $x^2 - 2 > 0$ $x^2 - 2 = 0$ $x = \pm\sqrt{2}$ $x^2 - 2 = x$ $x^2 - x - 2 = 0$ $x_1 + x_2 = 1$ $x_1 \cdot x_2 = -2$ $x_1 = 2; x_2 = -1$ Ответ: $x = 2$	ОДЗ: $x < -\sqrt{2}; x > \sqrt{2}$	б) $\log_2(x + 1) + \log_2 x = 1$ ОДЗ: $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$ $\log_2(x + 1)x = 1$ $(x + 1)x = 2$ $x^2 + x - 2 = 0$ $x_1 + x_2 = -1$ $x_1 \cdot x_2 = -2$ $x_1 = -2; x_2 = 1$ Ответ: $x = 1$
--	--	--

- Решить неравенство: $\log_2(x - 5) \leq 2$

$\begin{cases} x - 5 > 0 \\ x - 5 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 5 \\ x \leq 9 \end{cases}$

Ответ: $x \in (5; 9]$

Контрольная работа по теме: «Тригонометрические уравнения»

ЭТАЛОН

I вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(4 + 2x) = -\frac{1}{2}$ $4 + 2x = \pm \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $4 + 2x = \pm \left(\pi - \arccos\frac{1}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $4 + 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x = -4 \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -2 \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = -2 \pm \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	3
2	$\sqrt{2} \cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$ $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $2x + \frac{\pi}{4} = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x + \frac{\pi}{4} = \pm \left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x + \frac{\pi}{4} = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x = -\frac{\pi}{4} \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{8} \pm \frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{8} \pm \frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	3
3	$\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$ $\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -1$ $3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $3x = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $3x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{12} + \frac{2\pi n}{3}, n \in \mathbb{Z}$	3
4	$3 + 4\sin(2x + 1) = 0$ $\sin(2x + 1) = -\frac{3}{4}$	3

	$2x + 1 = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{3}{4}\right) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x + 1 = (-1)^{n+1} \arcsin\frac{3}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x = -1 + (-1)^{n+1} \arcsin\frac{3}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \frac{\arcsin\frac{3}{4}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = -\frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \frac{\arcsin\frac{3}{4}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	
5	$\operatorname{tg}\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = -1$ $2x + \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg}(-1) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x + \frac{\pi}{4} = -\operatorname{arctg}1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x + \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x = -\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $2x = -\frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$	3
6	$\sqrt{3} - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = 0$ $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = \sqrt{3}$ $x - \frac{\pi}{5} = \operatorname{arctg}\sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x - \frac{\pi}{5} = \operatorname{arctg}\sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x - \frac{\pi}{5} = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{\pi}{5} + \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = \frac{8\pi}{15} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ Ответ: $x = \frac{8\pi}{15} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(6 + 3x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ $6 + 3x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $6 + 3x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	3

	$6 + 3x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ $3x = -6 \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -2 \pm \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ Ответ: $x = -2 \pm \frac{\pi}{4} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	
2	$2\cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) - \sqrt{3} = 0$ $\cos\left(\frac{\pi}{3} + 3x\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\frac{\pi}{3} + 3x = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{\pi}{3} + 3x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $3x = -\frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{9} \pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{9} \pm \frac{\pi}{18} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	3
3	$1 - \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$ $\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ $\frac{x}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{2} = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{2} = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{3} + 4\pi n, n \in Z$	3
4	$5\sin(2x - 1) - 2 = 0$ $\sin(2x - 1) = \frac{2}{5}$ $2x - 1 = (-1)^n \arcsin \frac{2}{5} + \pi n, n \in Z$ $2x = 1 + (-1)^n \arcsin \frac{2}{5} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{1}{2} + (-1)^n \frac{\arcsin \frac{2}{5}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{1}{2} + (-1)^n \frac{\arcsin \frac{2}{5}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	3
5	$\operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $3x - \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in Z$ $3x - \frac{\pi}{4} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in Z$	3

	$3x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $3x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $3x = \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{5\pi}{36} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$	
6	$1 - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 0$ $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{7}\right) = 1$ $x + \frac{\pi}{7} = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in Z$ $x + \frac{\pi}{7} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{7} + \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{3\pi}{28} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{11\pi}{28} + \pi n, n \in Z$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(5 + 4x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ $5 + 4x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $5 + 4x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $5 + 4x = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $4x = -5 \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $4x = -5 \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -\frac{5}{4} \pm \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{5}{4} \pm \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	3
2	$2\cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) - \sqrt{2} = 0$ $\cos\left(\frac{\pi}{2} + 4x\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\frac{\pi}{2} + 4x = \pm \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{\pi}{2} + 4x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ $4x = -\frac{\pi}{2} \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$	3

	$x = -\frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	
3	$1 - \sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 0$ $\sin\left(\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 1$ $\frac{x}{3} - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{3} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{3} = \pi + 2\pi n, n \in Z$ $x = 3\pi + 6\pi n, n \in Z$ Ответ: $x = 3\pi + 6\pi n, n \in Z$	3
4	$3 \sin(2x - 1) - 1 = 0$ $\sin(2x - 1) = \frac{1}{3}$ $2x - 1 = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $2x = 1 + (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $x = \frac{1}{2} + (-1)^n \frac{\arcsin \frac{1}{3}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{1}{2} + (-1)^n \frac{\arcsin \frac{1}{3}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	3
5	$\operatorname{tg}\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ $4x - \frac{\pi}{3} = \operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in Z$ $4x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ $4x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ $4x = \frac{2\pi}{3} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{4}, n \in Z$	3
6	$\frac{1}{\sqrt{3}} - \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = 0$ $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $x + \frac{\pi}{8} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in Z$ $x + \frac{\pi}{8} = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{24} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{\pi}{24} + \pi n, n \in Z$	3
	ИТОГО:	18

IV вариант

№	задание	баллы
1	$\cos(2 + 5x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ $2 + 5x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\pi n, n \in Z$ $2 + 5x = \pm(\pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2}) + 2\pi n, n \in Z$ $2 + 5x = \pm\frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ $5x = -2 \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -\frac{2}{5} \pm \frac{3\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{2}{5} \pm \frac{3\pi}{20} + \frac{2\pi n}{5}, n \in Z$	3
2	$2\cos\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) - 1 = 0$ $\cos\left(3x + \frac{\pi}{8}\right) = \frac{1}{2}$ $3x + \frac{\pi}{8} = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $3x + \frac{\pi}{8} = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $3x = -\frac{\pi}{8} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{24} \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{24} \pm \frac{\pi}{9} + \frac{2\pi n}{3}, n \in Z$	3
3	$\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$ $\sin\left(\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = -1$ $\frac{x}{4} - \frac{\pi}{6} = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{4} = \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ $\frac{x}{4} = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$ $x = -\frac{4\pi}{3} + 8\pi n, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{4\pi}{3} + 8\pi n, n \in Z$	3
4	$5 + 6 \sin(2x + 1) = 0$ $\sin(2x + 1) = -\frac{5}{6}$ $2x + 1 = (-1)^n \arcsin\left(-\frac{5}{6}\right) + \pi n, n \in Z$ $2x + 1 = (-1)^{n+1} \arcsin\frac{5}{6} + \pi n, n \in Z$ $2x = -1 + (-1)^{n+1} \arcsin\frac{5}{6} + \pi n, n \in Z$ $x = -\frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \frac{\arcsin\frac{5}{6}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	3

	Ответ: $x = -\frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \frac{\arcsin \frac{5}{6}}{2} + \frac{\pi n}{2}, n \in Z$	
5	$\operatorname{tg}\left(5x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ $5x + \frac{\pi}{3} = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \pi n, n \in Z$ $5x + \frac{\pi}{3} = -\operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{3}} + \pi n, n \in Z$ $5x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $5x = -\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$ $5x = -\frac{3}{2} + \pi n, n \in Z$ $x = -\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$ Ответ: $x = -\frac{\pi}{10} + \frac{\pi n}{5}, n \in Z$	3
6	$1 - \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0$ $\operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 1$ $x - \frac{\pi}{6} = \operatorname{arctg} 1 + \pi n, n \in Z$ $x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z$ $x = \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in Z$ Ответ: $x = \frac{5\pi}{12} + \pi n, n \in Z$	3
ИТОГО:		18

Раздел 8. Многогранники и круглые тела

Контрольная работа «Площади поверхностей и объемы геометрических тел»

ЭТАЛОН

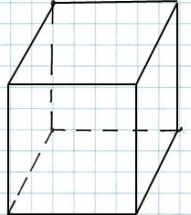
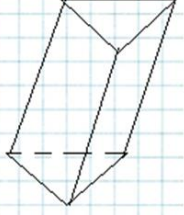
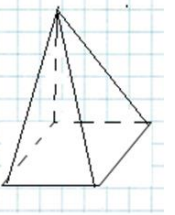
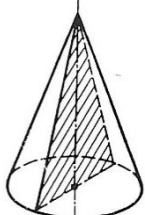
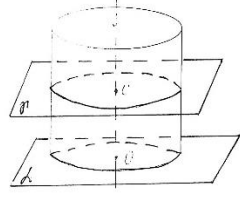
I вариант

Ответить на вопросы теста:

1. 1 – двух 2 – кругов 3 – параллельным 4 – переносом 5 – отрезков	6. 1 – основаниями 2 – боковыми 3 – ребрами
2. 1 – вершина 2 – ось 3 – образующие 4 – основание	7. 1 – многогранник 2 – многоугольника 3 – отрезков
3. Цилиндр получен вращением прямоугольника ABCD вокруг стороны AB.	8. 1 – основанием

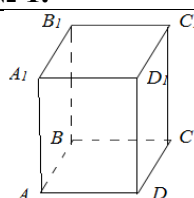
4. а) – 2 б) – 1	9. а) – 2; б) – 3; в) – 1
5. 4	10. а) – 2; б) – 5; в) – 3; г) – 4; д) – 6

11.

Весь куб по данным трем ребрам	Треугольную наклонную призму	Четырехуголь- ную пирамиду	Осевое сечение конуса	Сечение цилиндра плоскостью перпендикуляр- ной к его оси
				

Решите задачи

№ 1.



Дано: ABCDA₁B₁C₁D₁ –
прямая призма, h = 11 см,
ABCD – параллелограмм,
∠ A=30°, AB = 20см, AD =
8 см

Найти: S_{полн.}

Решение: S_{полн.} = S_{бок.} +
2S_{осн.},

S_{бок.} = Ph, P = (AB + AD) · 2

S_{осн.} = AB · AD · sin 30°

P = (20 + 8) · 2 = 56 см,

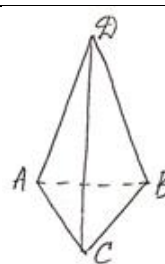
S_{бок.} = 56 · 11 = 616 см²

S_{осн.} = 20 · 8 · $\frac{1}{2}$ = 80 см²,

S_{полн.} = 616 + 2 · 80 = 776
см²

Ответ: S_{полн.} = 776 см²

№ 2.



Дано: DABC – пирамида,
h = 7,6 см, AB = 24 см,
BC = 15,5 см, ∠ ABC=30°,

Найти: V

Решение: V = 1/3 S_{осн.} · h

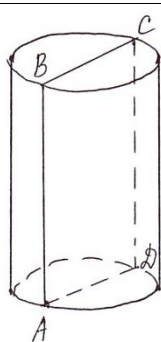
S_{осн.} = 1/2 AB · BC · sin 30°,

S_{осн.} = 1/2 · 24 · 15,5 · 1/2 = 93 см²

V = 1/3 · 93 · 7,6 = 235,6 см³

Ответ: V = 235,6 см³

№ 3.



Дано: цилиндр, ABCD – осевое
сечение, S_{осн.} = 49π см²,
S_{ос. сеч.} = 224 см²

Найти: V

Решение: V = πr²h

S_{осн.} = πr² S_{ос. сеч.} = hd d = 2r

49π = πr² 224 = 14h d = 14 см

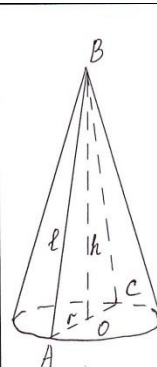
r² = 49 h = 16 см

r = 7 см

V = 49π · 16 = 784π см³

Ответ: V = 784π см³

№ 4.



Дано: конус, ABC – осевое
сечение, S_{осн.} = 36π см²,
S_{ос. сеч.} = 48 см²

Найти: S_{кон.}

Решение: S_{кон.} = πr(l + r)

S_{осн.} = πr² S_{ос. сеч.} = $\frac{1}{2}$ hd d = 2r

36π = πr² 48 = $\frac{1}{2}$ · 12h d = 12 см

r² = 36 48 = 6h

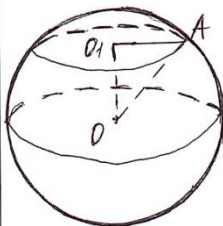
r = 6 см h = 8 см

l = $\sqrt{h^2 + r^2}$

l = $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ см

S_{кон.} = πr(6 + 10) = 96π см²

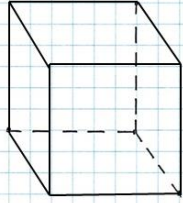
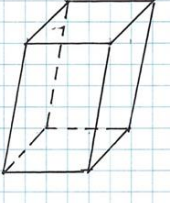
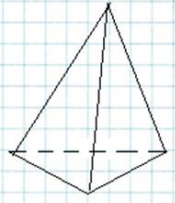
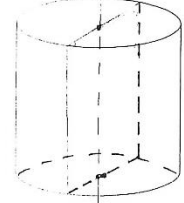
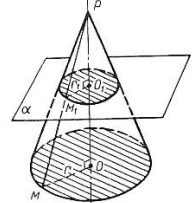
Ответ: S_{кон.} = 96π см²

№ 5.	
	Дано: шар, $OO_1 = 8$ см, $r = 15$ см. Найти: $S_{\text{шара}}$. Решение: $S_{\text{шара}} = 4\pi R^2$ $\triangle OO_1A$ – прямоугольный, $O_1A = r$, $OA = R$ по т. Пифагора $R^2 = OO_1^2 + r^2 \Rightarrow R = \sqrt{OO_1^2 + r^2}$ $R = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17$ см. $S_{\text{шара}} = 4\pi \cdot 17^2 = 1156\pi \text{ см}^2$ Ответ: $S_{\text{шара}} = 1156 \pi \text{ см}^2$

II вариант

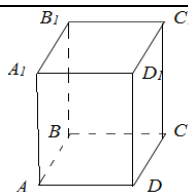
1. 1 – круга 2 – точки 3 – круга 4 – отрезков 5 – вершину	6. 1 – многоугольников 2 – отрезков 3 – призмой
2. 1 – основания 2 – ось 3 – образующие 4 – радиус	7. 1 – правильной 2 – многоугольник 3 – центром
3. Конус получен вращением прямоугольного треугольника ABC , вокруг катета AB .	8. 1 – вершиной
4. а) – 2 б) – 1	9. а) – 2; б) – 3; в) – 1
5. 2	10. а) – 5 б) – 2 в) – 3 г) – 1 д) – 4

11.

Весь куб по данным трем ребрам	Четырехугольную наклонную призму	Треугольную пирамиду	Осевое сечение цилиндра	Сечение конуса плоскостью перпендикулярной к его оси
				

Решите задачи

№ 1.



Дано: $ABCA_1B_1C_1D_1$ – прямая призма,
 $h = 7$ см,
 $ABCD$ – параллелограмм,
 $\angle A = 30^\circ$, $AB = 16$ см, $AD = 12$ см

Найти: $S_{\text{полн.}}$

Решение: $S_{\text{полн.}} = S_{\text{бок.}} + 2S_{\text{осн.}}$,

$S_{\text{бок.}} = Ph$, $P = (AB + AD) \cdot 2$

$S_{\text{осн.}} = AB \cdot AD \cdot \sin 30^\circ$

$P = (16 + 12) \cdot 2 = 56$ см,

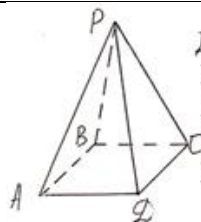
$S_{\text{бок.}} = 56 \cdot 7 = 392$ см²

$S_{\text{осн.}} = 16 \cdot 12 \cdot \frac{1}{2} = 96$ см²,

$S_{\text{полн.}} = 392 + 2 \cdot 96 = 584$ см²

Ответ: $S_{\text{полн.}} = 584$ см²

№ 2.



Дано: $PABCD$ – пирамида,
 $h = 13,2$ см, $ABCD$ – квадрат
 $AB = 2,5$ см.

Найти: V

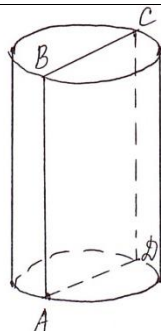
Решение: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$

$S_{\text{осн.}} = AB^2$, $S_{\text{осн.}} = (2,5)^2 = 6,25$ см²

$V = \frac{1}{3} \cdot 6,25 \cdot 13,2 = 27,5$ см³

Ответ: $V = 27,5$ см³

№ 3.



Дано: цилиндр, $ABCD$ – осевое сечение, $S_{\text{осн.}} = 64\pi$ см²,
 $S_{\text{ос. сеч.}} = 384$ см²

Найти: V

Решение: $V = \pi r^2 h$

$S_{\text{осн.}} = \pi r^2$ $S_{\text{ос. сеч.}} = hd$ $d = 2r$

$64\pi = \pi r^2$ $384 = 16h$ $d = 16$ см

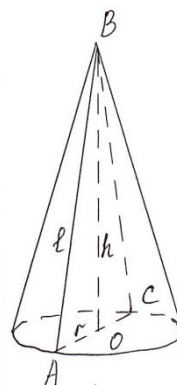
$r^2 = 64$ $h = 24$ см

$r = 8$ см

$V = 64\pi \cdot 24 = 1536\pi$ см³

Ответ: $V = 1536\pi$ см³

№ 4.



Дано: конус, ABC – осевое сечение, $S_{\text{осн.}} = 25\pi$ см²,
 $S_{\text{ос. сеч.}} = 60$ см²

Найти: $S_{\text{кон.}}$

Решение: $S_{\text{кон.}} = \pi r(l + r)$

$S_{\text{осн.}} = \pi r^2$ $S_{\text{ос. сеч.}} = \frac{1}{2} hd$ $d = 2r$

$25\pi = \pi r^2$ $60 = \frac{1}{2} \cdot 10h$ $d = 10$ см

$r^2 = 25$ $60 = 5h$

$r = 5$ см $h = 12$ см

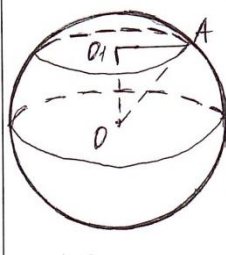
$l = \sqrt{h^2 + r^2}$

$l = \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$ см

$S_{\text{кон.}} = \pi \cdot 5(5 + 13) = 90\pi$ см²

Ответ: $S_{\text{кон.}} = 90\pi$ см²

№ 5.



Дано: шар, $OO_1 = 29$ см,
 $R = 41$ см.

Найти: $S_{\text{сеч.}}$

Решение: $S_{\text{сеч.}} = \pi r^2$

$\triangle OO_1A$ – прямоугольный,

$OO_1A = r$, $OA = R$ по т. Пифагор

$R^2 = OO_1^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{R^2 - OO_1^2}$

$r = \sqrt{1681 - 841} = \sqrt{840} =$

$= 2\sqrt{210}$ см.

$S_{\text{сеч.}} = \pi \cdot (2\sqrt{210})^2 = 840\pi$ см²

Ответ: $S_{\text{сеч.}} = 840\pi$ см²

Раздел 9. Начала математического анализа

Контрольная работа по теме: «Производная и ее геометрический смысл»

ЭТАЛОН

I вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $\left(3x^2 - \frac{1}{x^3}\right)' = 6x + \frac{3}{x^4}$ 2) $\left(\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6\right)' = \frac{1}{3} \cdot 6 \left(\frac{x}{3} + 7\right)^5 = 2 \left(\frac{x}{3} + 7\right)^5$ 3) $(e^x \cdot \cos x)' = (e^x)' \cos x + e^x (\cos x)' = e^x \cos x - e^x \cdot \sin x = e^x (\cos x - \sin x)$ 4) $\left(\frac{\ln x}{1-x}\right)' = \frac{(\ln x)'(1-x) - \ln x(1-x)'}{(1-x)^2} = \frac{\frac{1}{x}(1-x) - \ln x \cdot (-1)}{(1-x)^2} = \frac{\frac{1}{x} - 1 + \ln x}{(1-x)^2}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0, если $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$, $x_0 = 8$ $f'(x) = (1 - 6\sqrt[3]{x})' = -6 \cdot \frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}} = \frac{-2}{\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(8) = \frac{-2}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ Ответ: $f'(x_0) = -\frac{1}{2}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$ 1) $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ 2) $f(x_0) = \sin 0 - 3 \cdot 0 + 2 = 2$ 3) $f'(x) = (\sin x - 3x + 2)' = \cos x - 3$ 4) $f'(x_0) = \cos 0 - 3 = 1 - 3 = -2$ 5) $y = 2 - 2(x - 0) = 2 - 2x$ Ответ: $y = 2 - 2x$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 1$ $f'(x) = 12x^2 - 18x + 6$ $12x^2 - 18x + 6 = 0$ $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1$ $x_1 = \frac{3+1}{4} = 1$ $x_2 = \frac{3-1}{4} = \frac{1}{2}$ Ответ: при $x = 1, x = \frac{1}{2}, f'(x) = 0$	3
5	Найти значения x, при которых значения производной функции $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 40$ положительны $f'(x) = 6x^2 - 6x - 36$ $6x^2 - 6x - 36 > 0$ $x^2 - x - 6 = 0$ $D = 1 + 4 \cdot 6 = 25$ $x_1 = \frac{1+5}{2} = 3$ $x_2 = \frac{1-5}{2} = -2$ Ответ: $x \in (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$	3
ИТОГО:		18

II вариант

№	задание	баллы
---	---------	-------

1	Найти производную функции: 1) $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)' = 6x^2 + \frac{2}{x^3}$ 2) $((4 - 3x)^7)' = -21(4 - 3x)^6$ 3) $(e^x \cdot \sin x)' = (e^x)' \sin x + e^x (\sin x)' = e^x \sin x + e^x \cos x = e^x (\sin x + \cos x)$ 4) $\left(\frac{2-x}{\ln x}\right)' = \frac{(2-x) \ln x - (2-x)(\ln x)'}{(\ln x)^2} = \frac{-\ln x - (2-x)\frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{-\ln x - \frac{2}{x} + 1}{(\ln x)^2}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0, если $f(x) = 2 - \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x_0 = \frac{1}{4}$ $f'(x) = \left(2 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)' = -\left(-\frac{1}{2}\right)x^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{x^3}}$ $f'\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{4}\right)^3}} = \frac{1}{4}$ Ответ: $f'(x_0) = \frac{1}{4}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 4x - \sin x + 1$ в точке $x_0 = 0$ 1) $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ 2) $f(x_0) = 4 \cdot 0 - \sin 0 + 1 = 1$ 3) $f'(x) = (4x - \sin x + 1)' = 4 - \cos x$ 4) $f'(x_0) = 4 - \cos 0 = 4 - 1 = 3$ 5) $y = 1 + 3(x - 0) = 3x + 1$ Ответ: $y = 3x + 1$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^3 - x^2 - 5x + 6$ $f'(x) = 3x^2 - 2x - 5$ $3x^2 - 2x - 5 = 0$ $D = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 5 = 64$ $x_1 = \frac{2+8}{6} = 1\frac{2}{3}$ $x_2 = \frac{2-8}{6} = -1$ Ответ: при $x = -1, x = 1\frac{2}{3}, f'(x) = 0$	3
5	Найти значения x, при которых значения производной функции $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9$ положительны $f'(x) = 3x^2 - 12x$ $3x^2 - 12x > 0$ $3x^2 - 12x = 0$ $3x(x - 4) = 0$ $3x = 0 \quad x - 4 = 0$ $x = 0 \quad x = 4$ Ответ: $x \in (-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$ $\begin{array}{ccccccc} & + & & - & & + & \\ & & & & & & \\ & 0 & & & & 4 & \end{array} \rightarrow$	3
ИТОГО:		18

III вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $\left(6\sqrt[3]{x} + \frac{1}{x^2}\right)' = \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}} - \frac{2}{x^3}$ 2) $((3x - 5)^4)' = 12(3x - 5)^3$ 3) $(e^{-x} \cdot \sin x)' = (e^{-x})' \sin x + e^{-x} (\sin x)' = -e^{-x} \sin x + e^{-x} \cos x = e^{-x} (\cos x - \sin x)$	1 1 2 2

	4) $\left(\frac{\sin x}{x+1}\right)' = \frac{(\sin x)'(x+1) - \sin x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{\cos x(x+1) - \sin x}{(x+1)^2}$	
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1, x_0 = 9$ $f'(x) = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x} + 1\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2}$ $f'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} - \frac{1}{9^2} = \frac{1}{6} - \frac{1}{81} = \frac{27-2}{162} = \frac{25}{162}$ Ответ: $f'(x_0) = \frac{25}{162}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 - 2x$ в точке $x_0 = 3$ 1) $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ 2) $f(x_0) = 9 - 6 = 3$ 3) $f'(x) = (x^2 - 2x)' = 2x - 2$ 4) $f'(x_0) = 2 \cdot 3 - 2 = 4$ 5) $y = 3 + 4(x - 3) = 3 + 4x - 12 = 4x - 9$ Ответ: $y = 4x - 9$	3
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 4$ $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$ $3x^2 + 6x - 9 = 0$ $D = 4 + 4 \cdot 3 = 16$ $x_1 = \frac{-2+4}{2} = 1 \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = -3$ Ответ: при $x = 1, x = -3, f'(x) = 0$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 2$ отрицательны $f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$ $6x^2 - 30x + 36 < 0$ $6x^2 - 30x + 36 =$ $\frac{\quad + \quad - \quad +}{\quad 2 \quad \quad 3} >$ $D = 25 - 4 \cdot 6 = 1$ $x_1 = \frac{5+1}{2} = 3 \quad x_2 = \frac{5-1}{2} = 2$ Ответ: $x \in (2; 3)$	3
	ИТОГО:	18

IV вариант

№	задание	баллы
1	Найти производную функции: 1) $\left(\frac{2}{x^3} - 8\sqrt[4]{x}\right)' = -\frac{6}{x^4} - \frac{2}{\sqrt[4]{x^3}}$ 2) $((2x+3)^8)' = 16(2x+3)^7$ 3) $(x^3 \cdot \ln x)' = x^2(3\ln x + 1)$ 4) $\left(\frac{3^x}{\sin x}\right)' = \frac{3^x(\ln 3 \sin x - \cos x)}{\sin^2 x}$	1 1 2 2
2	Найти значение производной функции $y = f(x)$ в точке x_0 , если $f(x) = \cos x \cdot \sin x, x_0 = \frac{\pi}{6}$ $f'(x) = (\cos x \cdot \sin x)' = -\sin x \sin x + \cos x \cos x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 \frac{\pi}{6} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ Ответ: $f'(x_0) = \frac{1}{2}$	3
3	Записать уравнение касательной к графику функции	3

	$f(x) = x^3 + 3x$ в точке $x_0 = 3$ 1) $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ 2) $f(x_0) = 27 + 9 = 36$ 3) $f'(x) = (x^3 + 3x)' = 3x^2 + 3$ 4) $f'(x_0) = 3 \cdot 9 + 3 = 30$ 5) $y = 36 + 30(x - 3) = 36 + 30x - 90 = 30x - 54$ Ответ: $y = 30x - 54$	
4	Выяснить, при каких значениях x значение производной функции $f(x)$ равно 0: $f(x) = x^4 - 2x^5 + 5$ $f'(x) = 4x^3 - 10x^4$ $4x^3 - 10x^4 = 0$ $2x^3(2 - 5x) = 0$ $2x^3 = 0 \quad 2 - 5x = 0$ $x = 0 \quad x = 0,4$ Ответ: при $x = 0, x = 0,4, f'(x) = 0$	3
5	Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 5$ отрицательны $f'(x) = -3x^2 + 8x - 4$ $-3x^2 + 8x - 4 < 0$ $-3x^2 + 8x - 4 =$ $D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 16$ $x_1 = \frac{8+4}{6} = 2 \quad x_2 = \frac{8-4}{6} = \frac{2}{3}$ Ответ: $x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$	3
	ИТОГО:	18

Контрольная работа по теме: «Применение производной»

ЭТАЛОН

I вариант

1. Найти экстремумы функции: $y = e^x(2x - 3)$

$$y' = e^x(2x - 3) + e^x \cdot 2 = e^x(2x - 1)$$

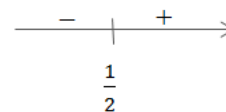
$$e^x(2x - 1) = 0$$

$$e^x = 0 \quad 2x - 1 = 0$$

$$\text{Реш. нет} \quad x = \frac{1}{2}$$

Стационарная точка $x = \frac{1}{2}$ является точкой минимума, так как при переходе через эту стационарную точку производная меняет знак с «-» на «+»

Ответ: $x = \frac{1}{2}$ – точка минимума.



2. Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$

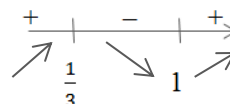
$$f' = 3x^2 - 4x + 1$$

$$3x^2 - 4x + 1 > 0 \text{ – функция возрастает} \quad 3x^2 - 4x + 1 < 0 \text{ – функция убывает}$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$$

$$x_1 = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3} \quad x_2 = \frac{4+2}{6} = 1$$



Ответ: при $x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ – функция возрастает; при $x \in (\frac{1}{3}; 1)$ – функция убывает.

3. Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$

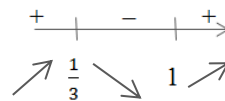
1. ООФ – множество $\mathbb{R}$ – всех действительных чисел.

2. $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

3. $3x^2 - 4x + 1 = 0$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$$

$$x_1 = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{4+2}{6} = 1$$



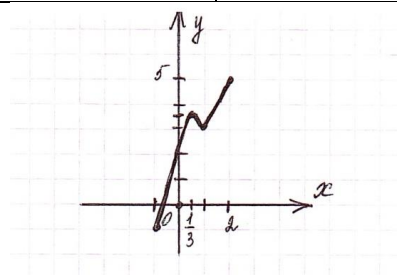
4. при $x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ – функция возрастает; при $x \in (\frac{1}{3}; 1)$ – функция убывает

5. Стационарная точка $x = \frac{1}{3}$ является точкой максимума, так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «+» на «-». Стационарная точка $x = 1$ является точкой минимума так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «-» на «+».

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 3 = 3\frac{4}{27}; \quad f(-1) = -1 - 2 - 1 + 3 = -1$$

$$f(1) = 1 - 2 + 1 + 3 = 3; \quad f(2) = 8 - 8 + 2 + 3 = 5$$

x	$x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < 1$	1	$x > 1$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		$3\frac{4}{27}$		3	



4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$

1) $f(0) = 3$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} + 3 = 3\frac{3}{8}$$

2) $f'(x) = 3x^2 - 4x + 1$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = 16 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16 - 12 = 4$$

$$x_1 = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{4+2}{6} = 1$$

Интервалу $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ принадлежат две стационарные точки $x = 0$ и $x = \frac{1}{3}$.

$$f(1) = 1 - 2 + 1 + 3 = 3$$

$$f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 3 = 3\frac{4}{27}$$

3) Из чисел 3 ; $3\frac{3}{8}$ и $3\frac{4}{27}$ наибольшее $3\frac{3}{8}$, наименьшее 3 .

Ответ: наибольшее значение функции равно $3\frac{3}{8}$, наименьшее равно 3.

5. Среди прямоугольников с площадью 64 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром.

Дано: прямоугольник
 $S = 64 \text{ см}^2$

Найти: $P_{\text{наим}}$

Решение: $S = ab = 64 \text{ см}^2$

$$a = x, b = \frac{64}{x}$$

$$P = 2\left(x + \frac{64}{x}\right) = 2x + \frac{128}{x}$$

$$P' = 2 - \frac{128}{x^2}$$

$$2 - \frac{128}{x^2} = 0$$

$$2 = \frac{128}{x^2}$$

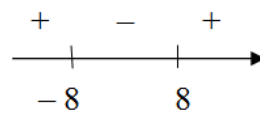
$$\frac{1}{x^2} = \frac{128}{2}$$

$$2x^2 = 128$$

$$x^2 = 64$$

$$x = \pm 8$$

$$a = 8 \text{ см}, b = 8 \text{ см}, P = 32 \text{ см}$$



Ответ: $a = 8 \text{ см}, b = 8 \text{ см}, P = 32 \text{ см}$

II вариант

1. Найти экстремумы функции: $y = (5 - 4x)e^x$

$$y' = -4e^x + (5 - 4x)e^x = e^x(1 - 4x)$$

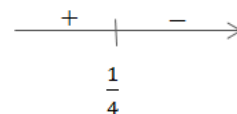
$$e^x(1 - 4x) = 0$$

$$e^x = 0 \quad 1 - 4x = 0$$

$$\text{Реш. нет} \quad x = \frac{1}{4}$$

Стационарная точка $x = \frac{1}{4}$ является точкой максимума, так как при переходе через эту стационарную точку производная меняет знак с «+» на «-».

Ответ: $x = \frac{1}{4}$ – точка максимума.



2. Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$

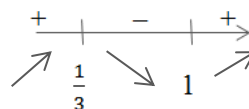
$$f' = 3x^2 - 2x - 1$$

- $3x^2 - 2x - 1 > 0$ – функция возрастает $3x^2 - 2x - 1 < 0$ – функция убывает

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{2+4}{6} = 1$$



Ответ: при $x \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ – функция возрастает;

при $x \in (-\frac{1}{3}; 1)$ – функция убывает.

3. Построить график функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $[-1; 2]$

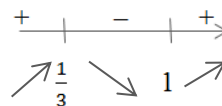
1. ООФ – множество $\mathbb{R}$ – всех действительных чисел.

$$f' = 3x^2 - 2x - 1$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{2-4}{6} = -\frac{1}{3}, x_2 = \frac{2+4}{6} = 1$$



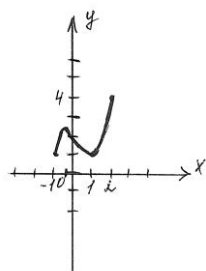
4. при $x \in (-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (1; +\infty)$ – ф-ия возрастает; при $x \in (-\frac{1}{3}; 1)$ – функция убывает

5. Стационарная точка $x = -\frac{1}{3}$ является точкой максимума, так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «+» на «-». Стационарная точка $x = 1$ является точкой минимума так как при переходе через эту точку производная меняет знак «-» на «+».

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{5}{27}; \quad f(-1) = -1 - 1 + 1 + 2 = 1$$

$$f(1) = 1 - 1 - 1 + 2 = 1; \quad f(2) = 8 - 4 - 2 + 2 = 4$$

x	$x < -\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3} < x < 1$	1	$x > 1$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	$2\frac{5}{27}$	$\searrow$	1	$\nearrow$



4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[-1; \frac{3}{2}\right]$

1) $f(-1) = (-1)^3 - (-1)^2 - (-1) + 2 = 1$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} + 2 = \frac{13}{8} = 1\frac{5}{8}$$

2) $f' = 3x^2 - 2x - 1$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 + 12 = 16$$

$$x_1 = \frac{2 - 4}{6} = -\frac{1}{3}, \quad x_2 = \frac{2 + 4}{6} = 1$$

Интервалу $\left(-1; \frac{3}{2}\right)$ принадлежат две стационарные точки $x = 1$ и $x = -\frac{1}{3}$.

$$f(1) = 1 - 1 - 1 + 2 = 1$$

$$f\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \frac{1}{3} + 2 = 2\frac{5}{27}$$

- 3) Из чисел $1; 1\frac{5}{8}; 2\frac{5}{27}$ наибольшее $2\frac{5}{27}$; наименьшее 1

Ответ: наибольшее значение функции равно $2\frac{5}{27}$; наименьшее равно 1

5. Среди прямоугольников с площадью 36 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром.

Дано: прямоугольник
 $S = 36 \text{ см}^2$

Найти: $P_{\text{наим}}$

Решение: $S = ab = 36 \text{ см}^2$

$$a = x, \quad b = \frac{36}{x}$$

$$P = 2\left(x + \frac{36}{x}\right) = 2x + \frac{72}{x}$$

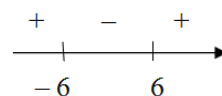
$$P' = 2 - \frac{72}{x^2}$$

$$2 - \frac{72}{x^2} = 0$$

$$\frac{2}{1} = \frac{72}{x^2}$$

$$2x^2 = 72$$

$$x^2 = 36$$



$$a = 6 \text{ см}, \quad b = 6 \text{ см}, \quad P = 24 \text{ см}$$

$$x = \pm 6$$

Ответ: $a = 6$ см, $b = 6$ см, $P = 24$ см

III вариант

1. Найти экстремумы функции: $y = (x - 1)e^{3x}$

$$y' = e^{3x} + 3e^{3x}(x - 1) = e^{3x}(3x - 2)$$

$$e^{3x}(3x - 2) = 0$$

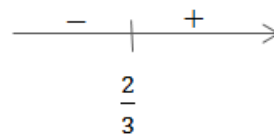
$$e^{3x} = 0 \quad 3x - 2 = 0$$

$$\text{Реш. нет} \quad x = \frac{2}{3}$$

Стационарная точка $x = \frac{2}{3}$ является точкой

минимума, так как при переходе через эту стационарную точку производная меняет знак с «-» на «+».

Ответ: $x = \frac{2}{3}$ – точка минимума.



2. Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

$$f' = 3x^2 + 6x$$

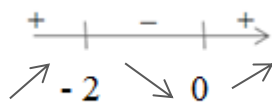
$3x^2 + 6x > 0$ – функция возрастает $3x^2 + 6x < 0$ – функция убывает

$$3x^2 + 6x = 0$$

$$3x(x + 2) = 0$$

$$3x = 0 \quad x + 2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$



Ответ: при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ – функция возрастает; при $x \in (-2; 0)$ – функция убывает.

3. Построить график функции $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ на отрезке $[-3; 3]$

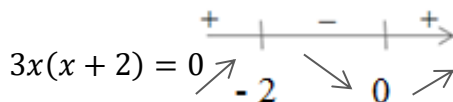
1) ООФ – множество $\mathbb{R}$ – всех действительных чисел

2) $f' = 3x^2 + 6x$

3) $3x^2 + 6x = 0$

$$3x = 0 \quad x + 2 = 0$$

$$x = 0 \quad x = -2$$



4) при $x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ – ф-ия возрастает; при $x \in (-2; 0)$ – функция убывает.

5) Стационарная точка $x = -2$ является точкой максимума, так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «+» на «-». Стационарная точка $x = 0$ является точкой минимума так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «-» на «+».

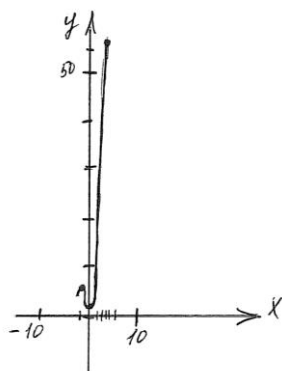
$$f(-2) = (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 + 2 = 6$$

$$f(0) = 2$$

$$f(-3) = -27 + 27 + 2 = 2$$

$$f(3) = 3^3 + 3 \cdot 3^2 + 2 = 56$$

x	$x < -2$	-2	$-2 < x < 0$	0	$x > 0$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$\nearrow$	6	$\searrow$	2	$\nearrow$



4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$

1) $f(0) = 2$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^3 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} + 2 = \frac{27}{8} - \frac{9}{4} - \frac{3}{2} + 2 = 1\frac{5}{8}$$

2) $f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 4 + 4 \cdot 3 \cdot 1 = 16$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 + 4}{6} = 1, x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{2 - 4}{6} = -\frac{1}{3}$$

Интервалу $\left(0; \frac{3}{2}\right)$ принадлежит одна стационарная точка $x = 1$.

$$f(1) = 1 - 1 - 1 + 2 = 1$$

3) Из чисел $2; 1\frac{5}{8}; 1$ наибольшее 2, наименьшее 1.

Ответ: наибольшее значение функции равно 2, наименьшее равно 1.

5. Из всех прямоугольников, площадь которых равна 9см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром.

Дано: прямоугольник

$$S = 9\text{ см}^2$$

Найти: $P_{\text{наим}}$

Решение: $S = ab = 9\text{ см}^2$

$$a = x, b = \frac{9}{x}$$

$$P = 2\left(x + \frac{9}{x}\right) = 2x + \frac{18}{x}$$

$$P' = 2 - \frac{18}{x^2}$$

$$2 - \frac{18}{x^2} = 0$$

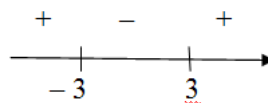
$$2 = \frac{18}{x^2}$$

$$\frac{1}{x^2} = \frac{18}{2}$$

$$2x^2 = 18$$

$$x^2 = 9$$

$$x = \pm 3$$



$$a = 3\text{ см}, b = 3\text{ см}, P = 12\text{ см}$$

Ответ: $a = 3\text{ см}, b = 3\text{ см}, P = 12\text{ см}$

IV вариант

1. Найти экстремумы функции: $y = (4 - 3x)e^x$

$$y' = -3e^x + (4 - 3x)e^x = e^x(1 - 3x)$$

$$e^x(1 - 3x) = 0$$

$$e^x = 0 \quad 1 - 3x = 0$$

$$\text{Реш. нет} \quad x = \frac{1}{3}$$

Стационарная точка $x = \frac{1}{3}$ является точкой максимума, так как при переходе через эту стационарную точку производная меняет знак с «+» на «-».

Ответ: $x = \frac{1}{3}$ – точка максимума.

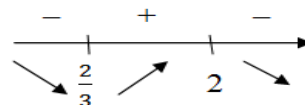
2. Найти промежутки возрастания и убывания функции: $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$
 $f'(x) = -3x^2 + 8x - 4$

$-3x^2 + 8x - 4 > 0$ – функция возрастает $-3x^2 + 8x - 4 < 0$ – функция убывает
 $-3x^2 + 8x - 4 = 0$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 64 - 48 = 16$$

$$x_1 = \frac{8-4}{6} = \frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{8+4}{6} = 2$$



Ответ: при $x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$ – функция убывает;

при $x \in (\frac{2}{3}; 2)$ – функция возрастает.

3. Построить график функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$ на отрезке $[-1; 3]$

1) ООФ – множество $\mathbb{R}$ – всех действительных чисел

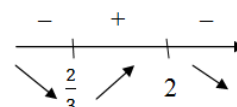
2) $f'(x) = -3x^2 + 8x - 4$

3) $-3x^2 + 8x - 4 = 0$

$$3x^2 - 8x + 4 = 0$$

$$D = 64 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 64 - 48 = 16$$

$$x_1 = \frac{8-4}{6} = \frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{8+4}{6} = 2$$



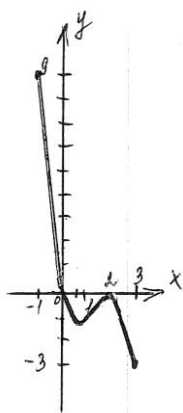
4) при $x \in (-\infty; \frac{2}{3}) \cup (2; +\infty)$ – функция убывает; при $x \in (\frac{2}{3}; 2)$ – функция возрастает

5) Стационарная точка $x = 2$ является точкой максимума, так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «+» на «-». Стационарная точка $x = \frac{2}{3}$ является точкой минимума так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «-» на «+».

$$f\left(\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{27} + \frac{16}{9} - \frac{8}{3} = -1\frac{5}{27} \quad f(-1) = 1 + 4 + 4 = 9$$

$$f(2) = -8 + 16 - 8 = 0 \quad f(3) = -27 + 36 - 12 = -3$$

x	$x < \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$		$-1\frac{5}{27}$		0	



4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x$ на отрезке $[0; 3]$

1) $f(0) = 0$

$$f(3) = -27 + 36 - 12 = -3$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad f'(x) &= -3x^2 + 8x - 4 \\
 -3x^2 + 8x - 4 &= 0 \\
 3x^2 - 8x + 4 &= 0 \\
 D &= 64 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 64 - 48 = 16 \\
 x_1 &= \frac{8-4}{6} = \frac{2}{3} \quad x_2 = \frac{8+4}{6} = 2
 \end{aligned}$$

Интервалу $(0;3)$ принадлежат две стационарные точки $x = \frac{2}{3}$ и $x = 2$

$$\begin{aligned}
 f\left(\frac{2}{3}\right) &= -\left(\frac{2}{3}\right)^3 + 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 4 \cdot \frac{2}{3} = -\frac{8}{27} + \frac{16}{9} - \frac{8}{3} = 1 \frac{5}{27} \\
 f(2) &= -8 + 16 - 8 = 0
 \end{aligned}$$

3) Из чисел $0; -3; 1 \frac{5}{27}$ наибольшее $1 \frac{5}{27}$, наименьшее -3

Ответ: наибольшее значение функции равно $1 \frac{5}{27}$, наименьшее равно -3 .

5. Среди прямоугольников с площадью 25 см^2 , найдите прямоугольник с наименьшим периметром.

Дано: прямоугольник
 $S = 25 \text{ см}^2$

Найти: $P_{\text{наим}}$

Решение: $S = ab = 25 \text{ см}^2$

$$a = x, b = \frac{25}{x}$$

$$P = 2\left(x + \frac{25}{x}\right) = 2x + \frac{50}{x}$$

$$P' = 2 - \frac{50}{x^2}$$

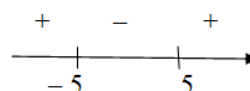
$$2 - \frac{50}{x^2} = 0$$

$$\frac{2}{1} = \frac{50}{x^2}$$

$$2x^2 = 50$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \pm 5$$



$$a = 5 \text{ см}, b = 5 \text{ см}, P = 10 \text{ см}$$

Ответ: $a = 5 \text{ см}, b = 5 \text{ см}, P = 10 \text{ см}$

Промежуточная аттестация

ЭТАЛОН

задание	I вариант	II вариант	III вариант	IV вариант																												
A1	6 батареек	12 карандашей	9 пачек	12 пачек																												
A2	P=40	$S_{ABCD} = 72$	$S_{ABCD} = 60$	$S_{ABC} = 63$																												
A3	(− 3; − 2)	(5;2)	(4; 0)	(1; 3)																												
A4	28	100	14	38																												
A5	$\cos x = -\frac{8}{17}$	$\sin x = -\frac{15}{17}$	$\sin x = -\frac{12}{13}$	$\cos x = \frac{5}{13}$																												
A6	x = 1	x = 3	x = 2	$x = -\frac{5}{9}$																												
A7	2	− 2	− 1	2																												
A8	x = 4,5	x = 3	x = 5	x = 13																												
A9	1	4	1	3																												
A10	$f_{\max}(6) = 4$ $f_{\min}(2,5) = -2,5$	$f_{\max}(-1) = 3,5$ $f_{\min}(-3) = -5$	$f_{\max}(5,5) = 5,5$ $f_{\min}(2,5) = -3$	$f_{\max}(1) = 4$ $f_{\min}(-3) = -4,5$																												
A11	$P(A) = 0,14$	$P(A) = 0,03$	$P(A) = 0,1$																													
A12	<table><tr><td>A</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td>2</td><td>3</td><td>1</td></tr></table>	A	Б	В	2	3	1	<table><tr><td>A</td><td>Б</td><td>В</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td></tr></table>	A	Б	В	3	1	2	<table><tr><td>A</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>4</td><td>2</td></tr></table>	A	Б	В	Г	3	1	4	2	<table><tr><td>A</td><td>Б</td><td>В</td><td>Г</td></tr><tr><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>4</td></tr></table>	A	Б	В	Г	1	3	2	4
A	Б	В																														
2	3	1																														
A	Б	В																														
3	1	2																														
A	Б	В	Г																													
3	1	4	2																													
A	Б	В	Г																													
1	3	2	4																													

A13	Наименее выгодна продажа шкафа «Флер» фирмы «Лидер» 5 270 руб.	Дешевле всего покупка обойдется в салоне «Сотовый» 12 585 руб.	Наибольший рейтинг у модели «Б» равен 3	256
A14	$y' = \frac{\frac{1-x}{x} + \ln x}{(1-x)^2}$	$y' = \frac{\cos x(x+1) - \sin x}{(x+1)^2}$	$y' = \frac{1}{x} \cos 3x - 3 \ln x \sin 3x$	$y' = \frac{1}{x \ln 3} \sin 2x + 2 \log_3 x \cos 2x$
A15	ООФ: $x \in (0; 2)$	ООФ: $x \in (-\infty; 0) \cup (8; +\infty)$	ООФ: $x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty)$	ООФ: $x \in (0; 12)$
A16	$x = -9$	$x = 45$	$x = 16$	$x = 7$
A17	$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = (-1)^n \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
A18	$h = 14$ см	$h = 6$ см	$h = 2$	$h = 4$
B1	$x = -1 \max$ $x = 0 \min$	$x = -4 \max$ $x = 1 \min$	$x = 0 \max$ $x = 1 \min$	$x = -\frac{5}{3} \max$ $x = \frac{1}{3} \min$
B2	$V = 863\sqrt{3} \text{ см}^3$	$V = 48\sqrt{3} \text{ см}^3$	$V = 108 \text{ см}^3$	$V = 50 \text{ см}^3$
B3	(10; 2)	(5; -2)	(3; 0)	(-3; 4)
B4	3225	Такого числа нет	9425	2115